

# Dificuldades em matemática em um curso de engenharia elétrica

Denise Helena L. Ferreira\*  
Raquel N. M. Brumatti\*\*

## Resumo

Frequentemente, ao longo de sua formação, alunos de um curso de engenharia elétrica de uma universidade específica apresentam erros de matemática básica. Com o objetivo de se evidenciar e analisar alguns dos erros cometidos pelos alunos desse curso, que demanda habilidades com vários conteúdos matemáticos, foi aplicado um teste com questões focadas nas seguintes habilidades: manipulação algébrica; interpretação de texto; interpretação de representações gráficas; construção de tabelas. A produção escrita dos alunos foi analisada qualitativamente, e os erros interpretados. A análise sugere que alunos com dificuldades em conteúdos básicos, em geral, exercitam velhos hábitos de estudo, como, por exemplo, certa tendência a esperar tudo pronto do professor, isto é, a só realizar cópias dos modelos feitos pelo professor. Concluímos com algumas considerações sobre como trabalhar futuramente para superação dos erros aqui identificados.

*Palavras-chave:* Curso superior; Conteúdos matemáticos; Análise de erros.

## Difficulties in mathematics at an electrical engineering graduate course

### Abstract

Frequently, during their majoring, students from an electrical engineering graduate course from a specific university, show errors in basic mathematics. With the objective of highlighting and analyzing some of the most frequent errors incurred by the students from this graduation course, which demands the usage of many mathematical contents, a test was applied with mathematical questions focused on the following algebraic abilities: algebraic manipulation; text interpretation, interpretation of graphical representations and table construction. The students' written productions were qualitatively analyzed, and the errors interpreted. The analysis suggests that the students with difficulties in basic contents, in general, use old studying procedures, such as, for instance, a tendency for waiting everything ready from the teacher, i.e., to restrict themselves into copying models done by the teacher. We conclude with some considerations about how to work in the future with such students in order to overcome such errors.

*Key-words:* College; Mathematical contents; Error analysis

### Introdução

A nossa prática e os sistemas de avaliação de ensino existentes no país, como o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) e o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) evidenciam dificuldades em conteúdos básicos de matemática em alunos e que se mantêm nos cursos superiores.

As orientações curriculares oficiais propõem que a formação do engenheiro deve objetivar competências e habilidades específicas como “aplicar conhecimentos matemáticos, científicos, tecnológicos e instrumentais à engenharia” (BRASIL, 1999). Mas as disciplinas de matemática costumam ser responsáveis por um alto grau de apreensão nos estudantes, desencadeando alto índice de reprovações e até evasões do curso. Esse sentimento relaciona-se à

ansiedade matemática, que alguns autores sugerem ocorrer, em geral, devido a experiências negativas anteriores com a aprendizagem, como em Frankenstein (1989), ou ser motivada por sentimentos de apreensão provenientes da expectativa de acerto na manipulação de operações numéricas e/ou na resolução de problemas matemáticos, como em Bradstreet (1995).

Compreender os erros cometidos e identificar pontos de tensão na aprendizagem são estratégias importantes da educação matemática a fim de se criar mecanismos de auxílio na superação de dificuldades evidenciadas (CHICK; BAKER, 2005).

Concordamos com Pinto (2000) ao afirmar que o erro configura-se como uma oportunidade didática para o professor, podendo oferecer novos elementos para ele refletir sobre as suas ações didáticas, e, como consequência, novos direcionamentos em suas práticas pedagógicas.

Tendo em vista que cerca de 45% das discipli-

\*Endereço eletrônico: lombardo@puc-campinas.edu.br

\*\*Endereço eletrônico: raquelnmb@yahoo.com.br

nas do curso de engenharia elétrica na universidade, que constitui o contexto deste estudo, necessitam de conhecimento matemático, nesta investigação optamos por identificar e supor as causas de algumas das dificuldades com conteúdos matemáticos apresentadas por alunos (a maioria calouros) do referido curso e frequentando a disciplina fundamentos de matemática.

Acreditamos que as evidências desta pesquisa possam conduzir a uma posterior análise mais profunda das causas e das possibilidades de superação dos erros através de atividades integradas entre professores das disciplinas de matemática como os de áreas específicas, atividades essas que podem auxiliar tanto no ensino e na aprendizagem em disciplinas de matemática, bem como naquelas de áreas específicas que fazem uso da matemática. Como afirma Kenski (2007), professores isolados desenvolvem disciplinas isoladas, sem maiores articulações com temas e assuntos que têm tudo a ver um com o outro, mas que fazem parte dos conteúdos de uma outra disciplina, ministrada por um outro professor, atitude esta que não favorece processos de aprendizagem. É importante que os professores, bem como os alunos, coloquem em ação a característica de exploradores e, através de colegas mais próximos, aproveitando das respectivas potencialidades, criem oportunidades para se atingir formas para um melhor aprendizado.

### Referenciais para a investigação

As autoras têm anos de experiência de ensino no curso citado e em disciplinas de cálculo, o que lhes permite pressupor quais as principais dificuldades em conteúdos de matemática usados na disciplina e, posteriormente em estudos da área específica, e quais entre as dificuldades são relativas ao conteúdo do ensino básico. Também reconhecem, além das deficiências quanto às habilidades algébricas, falhas em habilidades relativas ao conhecimento do engenheiro tais como: saber representar e interpretar gráficos; construir tabelas a partir de dados obtidos; reconhecer relações funcionais; criar e resolver problemas a partir de uma situação em estudo; transpor a linguagem corrente para a da matemática.

A literatura oferece sugestões sobre a análise dos erros cometidos por calouros de cursos de ciências exatas (CURY, 2003, 2007; CHICK; BAKER, 2005; DEL PUERTO; MINNAARD; SEMINARA, 2006; ESTELAY; VILLARREAL, 1996; POCHULU, 2004). Como causas prováveis citam: estraté-

gias de ensino inadequadas e falta de reflexão sobre os resultados de uma tarefa realizada (POCHULU, 2004); deficiências no ensino nas séries iniciais (CURY, 2006); a não consciência do erro, o não questionamento do que parece óbvio (RICO, 1995). Pochulu (2004) concluiu em sua pesquisa que a correção sistemática dos erros não favorece sua eliminação. Para ele, devem-se usar estratégias em sala de aula que propiciem a discussão dos erros. Del Puerto, Minnaard e Seminara (2006), consideraram o modelo de classificação de Radatz (1979) e concluíram que uma “biblioteca de erros típicos” pode ajudar o professor a planejar atividades que auxiliem os alunos em suas dificuldades.

Para Borasi (1996) a análise de erros pode ser considerada uma metodologia de ensino, no momento em que são propostas atividades de exploração dos erros, como fonte de construção de novos conhecimentos. A idéia é usar determinado erro para questionar se o resultado incorreto obtido pode se verificar, ao invés de eliminá-lo.

Embora as investigações da literatura apresentem análise de erros e sugestões de estratégias adequadas de ensino, dadas as particularidades do nosso contexto, houve necessidade de realizarmos uma investigação para conhecer as dificuldades de nossos alunos e, a partir daí, obter subsídios para planejar atividades ou adaptar sugestões da literatura e/ou de colegas que auxiliem tais estudantes a superar as suas dificuldades.

### O ambiente da pesquisa

Entendemos o caráter dessa investigação como sendo não para obter generalizações a partir de casos particulares, mas sim para explorar a riqueza de um caso particular. Trata-se de uma investigação que requer um envolvimento direto entre as pesquisadoras e os sujeitos da pesquisa, voltada à produção de dados descritivos obtidos através de observações diversas, questionários e entrevistas, baseada em princípios metodológicos da pesquisa qualitativa definidos por Bogdan e Biklen (1994).

Para estes autores a pesquisa qualitativa se asenta sobre cinco características básicas:

1. Na investigação qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
2. A investigação qualitativa é descritiva;
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente

pelos resultados ou produtos;

4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva;

5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

A partir do ano de 2008, a disciplina cálculo diferencial e integral I no curso de engenharia elétrica, nosso contexto, passou a ser ministrada no segundo semestre, enquanto em anos anteriores, ela era oferecida no primeiro semestre. Considerando as dificuldades que os alunos desse curso apresentaram na aprendizagem dos conteúdos da disciplina, dificuldade que se reflete também em disciplinas de áreas afins, as diversas reuniões entre os responsáveis pela grade horária do curso conduziram a inovações no sentido de oferecer inicialmente a disciplina de fundamentos de matemática para em seguida os alunos frequentarem a disciplina de cálculo I.

Os constantes comentários de professores de matemática ou mesmo de professores das disciplinas específicas do curso de engenharia elétrica sobre diversos erros relativos à matemática cometidos ao longo deste curso por seus alunos, culminaram na realização de uma pesquisa com alunos do curso citado no início do primeiro semestre letivo de 2008 e com o objetivo de evidenciar e analisar alguns dos erros mais frequentes em conteúdos matemáticos nesta fase do aprendizado acadêmico.

A fim de evidenciar o desempenho não satisfatório através dos registros de alguns alunos, elaboramos um teste, selecionando conteúdos do ensino médio e que estimulassem a prática de certas habilidades cognitivas básicas. Também elaboramos um questionário para definirmos um perfil desses alunos.

Embora muitos alunos tenham mostrado interesse em colaborar com a pesquisa, poucos compareceram no horário combinado, isto é, apenas 16 de um total de 59 alunos. É comum o aluno do curso de engenharia elétrica do período noturno não dispor de tempo para atividades extraclasse. Entendemos ser este um dos principais fatores que contribuem para o insucesso desses alunos nas disciplinas da área de matemática.

O teste e o questionário também foram aplicados aos alunos do período matutino, comparecendo 14 do total de 39 alunos. Diferentemente do período noturno, o teste e o questionário foram respondidos pelos alunos durante a aula da disciplina de fundamentos de matemática ministrada por uma outra professora, que gentilmente cedeu alguns minutos de sua aula. Esse fato explica o número maior de respondentes do período

matutino em relação ao do período noturno.

Radatz (1979) classifica as causas como critério para a classificação dos erros e propõe cinco categorias distintas, ou seja, os erros devem-se a: (i) dificuldades de linguagem; (ii) deficiência de pré-requisitos; (iii) associações incorretas e rigidez de raciocínio; (iv) aplicação de estratégias irrelevantes e (v) dificuldades em obter informações a partir de representações gráficas.

O questionário procurou levantar informações sobre algumas características das escolas que os alunos frequentaram anteriormente, como por exemplo, escola pública, supletivo, curso noturno e se fizeram cursinho, com a finalidade de analisar possíveis causas nas dificuldades de linguagem e na deficiência de pré-requisitos apontadas por Radatz (1979). A idade dos alunos também foi considerada para verificar se o período longo sem estudo poderia ser um fator importante nas categorias apontadas acima.

A prática tem demonstrado que os alunos do período matutino, em geral, são mais hábeis com a manipulação de conteúdos matemáticos, não trabalham e são mais jovens. Esse fato nos levou a analisar o perfil dos alunos por período. Abaixo são listadas algumas características principais do perfil desses estudantes.

Período Noturno: dos 16 respondentes, 15 exerciam atividades profissionais. Dos 16 alunos, dois fizeram cursinho. Dos 16 alunos, nove frequentaram escola pública e 15 cursaram o ensino médio no período noturno, um deles fez curso supletivo, seis fizeram curso técnico na área. Dos 16 alunos, sete estavam na faixa etária de 17 a 20 anos, quatro de 21 a 24 anos, quatro de 25 a 30 anos e um de 31 a 40 anos. Dos 16 alunos, três já haviam passado por reprovações em cálculo I.

Período Matutino: dos 14 respondentes, oito exerciam atividades profissionais. Dos 14 alunos, seis fizeram cursinho. Dos 14 alunos, seis estudaram em escola pública, dois deles fizeram curso supletivo, dois fizeram curso técnico na área e três frequentaram o ensino médio no período noturno. Dos 14 alunos, seis estavam na faixa etária de 17 a 20 anos, quatro de 21 a 24 anos, três de 25 a 30 anos e um estava com mais de 40 anos. Dos 14 alunos, dois já haviam passado por reprovações em cálculo I.

### Identificação de erros

Na elaboração do teste, selecionamos conteúdos matemáticos do ensino básico em que os alunos demonstram inabilidades, segundo as nossas experiências, além de serem importantes para a aprendi-

zagem da disciplina de cálculo diferencial e integral e outras da área específica como meios de transmissão, circuitos I e II, introdução à comunicação de dados I e II, antenas e propagação. O teste procurou verificar habilidades com álgebra (fatoração, simplificação, produtos notáveis e equações) e com operações numéricas, interpretação de texto, habilidades em representações e interpretações gráficas, construção de tabelas com dados obtidos em gráficos, noção de valores e relações funcionais, transposição da linguagem usual para as representações matemáticas.

Na investigação dos tipos de erros, destacamos os mais significativos e identificamos o perfil do aluno que os apresenta em uma tentativa de pressupor as causas. A seguir descrevemos resumidamente os tipos de erros verificados em cada questão do teste, fazendo a distinção entre alunos do período noturno e do matutino. Identificamos os alunos por pseudônimos.

<p>Questão 1a) Resolva:</p> $\frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}}{\frac{3}{5} - \frac{1}{15}} - 3^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2$
--

Conteúdos abordados: soma e divisão de frações; potência de números negativos.

No período noturno, dos sete alunos que responderam, três apresentaram dificuldades com a escrita matemática, sendo que consideramos o registro de Julio (vide figura 1) ilegível, sem possibilidade de compreensão. Os sete alunos apresentaram dificuldades com os conteúdos abordados, como Antonio (vide figura 2).

$\frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}}{\frac{3}{5} - \frac{1}{15}} - 3^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2$	$\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -8 & -7 \end{pmatrix}$
--	--

Figura 1 – Registro da questão 1a) de Julio

$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{5-15}{15} = \frac{4}{15}$	$\frac{5-15}{3-1} = \frac{-10}{2} = -5$	$3^2 = 9$	$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
$3 + 5 = 8$	$25 - 225 + 135 + 30 = 15$		
$8 \cdot 35 = 280$	$280 \div 15 = 18 \text{ resto } 10$	$15 \cdot 3 = 45$	

Figura 2 – Registro da questão 1a) de Antonio

Vale a pena destacar dados do perfil de Julio. Julio concluiu o ensino supletivo em 2004, frequentou a disciplina cálculo I em 2007, ano em que ingressou na universidade, e reconhecia ter dificuldades com os temas: gráficos de funções, limites e derivadas e com outras disciplinas que usam conhecimento matemático, como circuitos digitais e geometria analítica. Optou pela mudança da grade curricular por tal reconhecimento. Informalmente, propôs que a professora explicasse mais devagar e que “pegasse no pé” do aluno para estudar. Já o aluno Antonio concluiu o ensino médio em 1996 e ingressou na universidade em 2008.

No período matutino, dos dez alunos que responderam, sete apresentaram problemas com a escrita, dos quais destacamos Ernesto (vide figura 3), que também apresentou dificuldades com os conteúdos abordados. Especificamente, três alunos apresentaram dificuldades com soma de frações, sete com divisão de frações e outros sete com potenciação. Gabriel apresenta um erro que observamos ser frequente na prática, isto é, interpreta o sinal negativo da base de uma potência como sinal negativo do expoente (figura 4). Muito comum também é desprezar a potência sobre o valor (-1) subentendido no sinal negativo de  $-1/4$  (figura 3), erros constatados também por Cury (2006).

$\frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}}{\frac{3}{5} - \frac{1}{15}} - 3^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2$	$\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -8 & -7 \end{pmatrix}$
--	--

Figura 3 – Registro da questão 1a) de Ernesto

$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{5-15}{15} = \frac{4}{15}$	$\frac{5-15}{3-1} = \frac{-10}{2} = -5$	$3^2 = 9$	$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
$3 + 5 = 8$	$25 - 225 + 135 + 30 = 15$		
$8 \cdot 35 = 280$	$280 \div 15 = 18 \text{ resto } 10$	$15 \cdot 3 = 45$	

Figura 4 – Registro da questão 1a) de Gabriel

A respeito de Gabriel sabemos que frequentou cálculo I duas vezes, em 2006 e 2007. Ele entendia que as reprovações seriam um reflexo da conclusão do ensino médio no ensino supletivo e, conseqüentemente não teria o aprofundamento necessário em matemática. Gabriel desejava exercícios que contemplassem situações do dia-a-dia e sugeriu que a professora “explicasse mais devagar”. Optou pela mudança da grade curricular por interesse na disci-



plina de fundamentos de matemática. O aluno apontava ter dificuldades também em física I.

O aluno Ernesto concluiu o ensino médio em 1997, em escola pública no período noturno e, dez anos após, em 2007, concluiu o curso técnico em informática e ingressou em 2008 na universidade.

Conteúdos abordados: soma de frações algébricas; operações com termos semelhantes; resolução de equações.

No período noturno, dos sete alunos que responderam a questão, três apresentaram dificuldades com a propriedade distributiva do sinal em uma expressão, dois com operações com termos semelhantes, e seis alunos com procedimentos de resolução de equações. Destacamos o aluno Antonio que, em seu registro, também apresenta o erro comum de simplificar frações algébricas de modo inadequado (figura 5), e o aluno Julio (figura 6).

$$\frac{5}{3} - \frac{3}{1} - \left(\frac{-1}{2}\right)^2 = \frac{5}{15}$$

$$\frac{2}{8} - \frac{9}{4} - \left(\frac{-1}{4}\right) = \frac{20}{32} - \frac{9}{4} - \left(\frac{-1}{4}\right) = \frac{20}{32} - \frac{1}{4} = \frac{28}{28} = 1$$

Figura 5 – Registro da questão 1b) de Antonio

$$1) \frac{3+5}{15} - \frac{9-1}{15} = \frac{8}{15} - 13 \Rightarrow 1 - 13 = -12/15$$

Figura 6 – Registro da questão 1b) de Julio

Questão 1 b) Resolva:  $\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+6} = 0$

No período matutino, dos doze alunos que responderam a questão, três tiveram dificuldades com a propriedade distributiva do sinal em uma expressão, três tiveram problemas com procedimentos para somar frações, e outros quatro alunos com os procedimentos de resolução de equações. Destacamos, nos registros de Ernesto (figura 7), vários dos erros que frequentemente são apresentados pelos alunos.

$$\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+6} = 0 \Rightarrow 2x+12 - x-1 = 2x+12$$

Figura 7 – Registro da questão 1b) de Ernesto

No período noturno, dos treze alunos que responderam a questão, dois alunos resolveram a questão de modo incompreensível. Destacamos o registro do aluno Julio (figura 8), pois entendemos não ser possível entender o raciocínio usado na resolução. Três alunos apresentaram problemas com a fatoração e outros quatro com a simplificação e entre estes, destacamos os registros de Fabio (figura 9) e Daniel (figura 10).

$$0) \frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+6} = 0 \Rightarrow \frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+6} = \frac{-(x-1)}{x(x+6)} = \frac{-16x-11}{x}$$

Figura 8 – Registro da questão 2) de Julio

$$\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+6} = 0$$

$$x-1 - 2x - 12 = 0$$

$$-2x + x = 12 + 1$$

$$-3x = 13 \quad (-1)$$

$$-x = 13$$

$$x = 4,333$$

Figura 9 – Registro da questão 2) de Fabio

$$2 - \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x} = 0$$

Figura 10 – Registro da questão 2) de Daniel

Fabio começou a frequentar a disciplina de cálculo I em 2007 e depois trancou o curso. Fabio gostaria que “as aulas tivessem mais exercícios feitos pela professora e que a professora explicasse mais devagar”. Segundo o aluno, a dificuldade estava em entender profundamente a matéria para fazer os exercícios. O aluno apontava ter dificuldades também em circuitos digitais.

Daniel também comentou que “gostaria que as aulas tivessem mais exercícios feitos pela professora, principalmente exercícios de matemática básica e que a professora explicasse mais devagar”. Vale

destacar que esse aluno concluiu o ensino médio em 1996, em uma escola pública no período noturno.

No período matutino, dos onze alunos que responderam a questão, três tiveram problemas com a fatoração e quatro com a simplificação. Destacamos o registro de Ernesto (figura 11), que resolveu a questão de modo incompreensível. Também destacamos o registro do aluno Carlos (figura 12), que cometeu um erro muito frequente, o famoso “corta-corta”, ou seja, uma variação pessoal do processo de fatorar e simplificar frações. Cury (2007) sugere que se vários estudantes apresentam o mesmo erro, o professor deve acrescentar novos dados no problema, de modo que a insistência no erro leve a um absurdo. A autora ilustra essa situação com um exemplo de porcentagem, cujo assunto os estudantes normalmente apresentam dificuldades (CURY, 2007, p. 81).

Vale a pena destacar que Carlos atribuiu, em grande parte, ao longo período que esteve afastado da escola as dificuldades apresentadas na aprendizagem. Carlos concluiu o ensino médio em 2004. O aluno comentou que gostaria que “as listas de exercícios deveriam ser resolvidas passo-a-passo e que a professora explicasse mais devagar”.

nteuídos abordados: interpretação de texto; valores de função; gráficos matemáticos.

Questão 3) Em sistemas de comunicação, sinais elétricos emitidos por uma fonte, por um período de tempo  $\Delta t$ , transportam informações para um receptor, que os decodifica e interpreta. Como resultado das relações físicas entre campos elétricos e magnéticos, é possível transmitir um sinal elétrico de um local para outro. Existem sinais chamados digitais que só variam dentro de uma certa cadência, isto é, mantêm ritmo constante e podem ser representados pela função:

$$f(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & 1 < t \leq 2 \end{cases} \text{ para } t \text{ em segundos}$$

a) Calcule o valor do sinal para: 0; 0,5; 0,9; 1,0; 1,5 e 2,5 segundos;  
b) Represente graficamente a função sinal.

Figura 11 – Registro da questão 2) de Ernesto

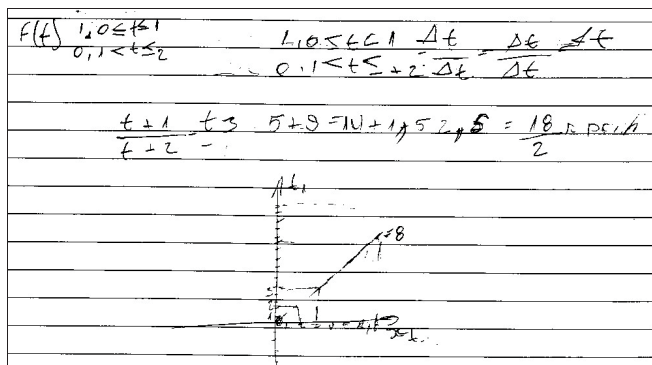


Figura 12 – Registro da questão 2) de Carlos

No período noturno, dos nove alunos que responderam a questão, três apresentaram dificuldades com a interpretação do texto, três com os valores da

função e cinco com a construção de gráficos. Destacamos o registro de Julio (figura 13), entendido como incompreensível, o registro de Fabio (figura 14) que construiu o gráfico erroneamente, além de considerar valores para a variável  $t$  ( $t = 2,5$ ), para os quais a função não estava definida, em contraste com o de Rodrigo (figura 15), que construiu o gráfico corretamente, porém considerou o valor  $t = 2,5$ .

Rodrigo gostaria que as aulas tivessem textos explicativos sobre o conceito de cálculo e muitos exercícios resolvidos e comentou que “gostaria de mais exercícios feitos pela professora e que a professora explicasse mais devagar”. O aluno concluiu o ensino médio em 2006.

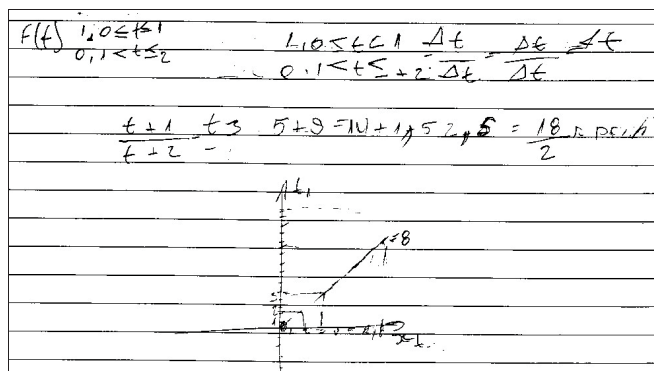


Figura 13 – Registro da questão 3) de Julio

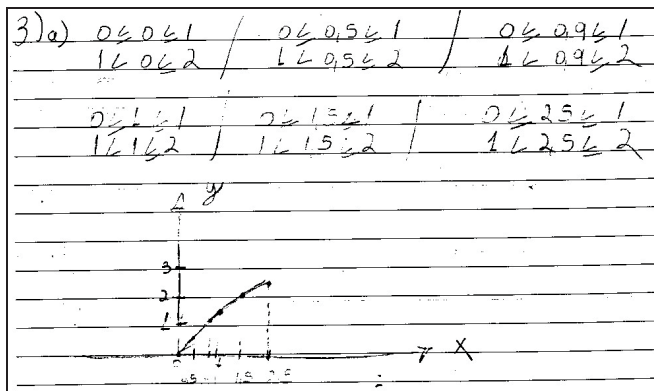


Figura 14 – Registro da questão 3) de Fabio

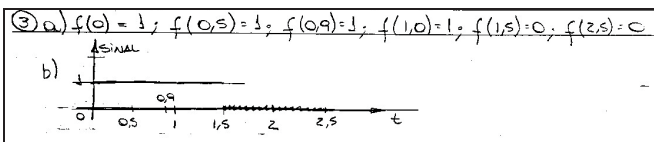


Figura 15 – Registro da questão 3) de Rodrigo

No período matutino, dos sete alunos que responderam a questão, seis apresentaram dificuldades com a interpretação do texto e em atribuir valores para a função, e seis com a construção de gráficos. Destacamos o registro de Lucas (figura 16) e de Gabriel (figura 17) que construíram o gráfico erroneamente, além de também atribuírem o valor 2,5 a  $t$ . Observamos, nesses casos, a tendência em ligar extremos de um gráfico des-

contínuo em um ponto, prática não aceita na matemática. Talvez esta tendência seja conseqüência da vivência destes alunos na observação de gráficos registrados por aparelhos como, por exemplo, o osciloscópio, que apresenta esta distorção do ponto de vista da matemática. Além disso, como destaca Pochulu (2004, p. 11) em sua pesquisa, os professores entrevistados afirmam que a maioria dos erros cometidos pelos alunos em matemática está relacionada ao fato de que os alunos não estão habituados a refletir a respeito do problema e da solução obtida.

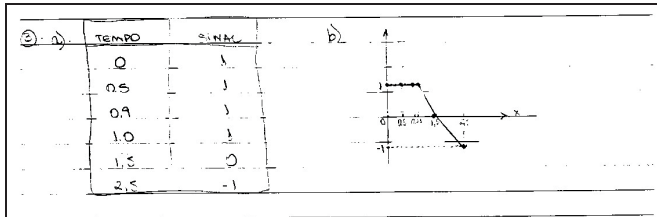


Figura 16 – Registro da questão 3) de Lucas

O aluno Lucas concluiu o ensino médio em 2005 e não exercia atividades profissionais.

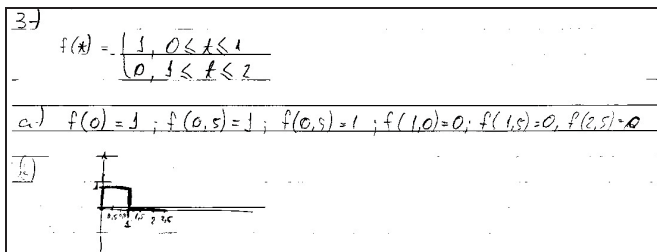


Figura 17 – Registro da questão 3) de Gabriel

Conteúdos abordados: interpretação gráfica; análise de dados; construção de tabelas; transposição de linguagem.

No período noturno, dos nove alunos que responderam a questão, um errou a interpretação gráfica, três apresentaram algumas dificuldades com a análise dos dados, seis tiveram problemas com a construção da tabela e cinco apresentaram algumas dificuldades com a transposição da linguagem.

No período matutino, dos 14 alunos que responderam a questão, três tiveram problemas com a interpretação gráfica, três apresentaram algumas dificuldades com a análise dos dados, dez tiveram problemas com a construção da tabela e onze apresentaram algumas dificuldades com a transposição da linguagem.

Discussões sobre a representação analítica e a gráfica de uma função estão presentes em outras pesquisas (ESTELAY; VILLARREAL, 1996; CURY; MÜLLER, 2004), e sua importância baseia-se, a nosso ver, na tendência atual de se representar

dados de experimentos por gráficos, dado o avanço tecnológico computacional que favorece a construção de tabelas e gráficos. Estas facilidades implicam na importância da habilidade para interpretá-los.

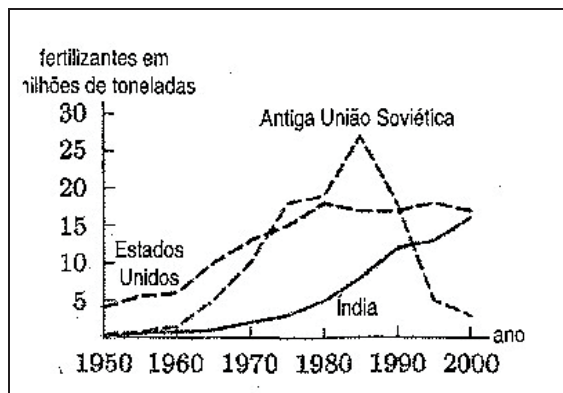
Vale ressaltar que a maioria dos sujeitos participantes desta pesquisa, tanto os alunos do período noturno como do matutino, demonstrou dificuldades com a manipulação dos conteúdos matemáticos, levando a concluir que esses alunos precisam de alguma ajuda. Entretanto, a dedicação aos estudos é aparentemente prejudicada pela necessidade em exercer atividades profissionais. Também é importante destacar que a maioria dos alunos demonstrou o desejo pela resolução dos exercícios passo-a-passo pela professora, fortalecendo a idéia de que os alunos estão habituados a esperar tudo do professor.

Na sequência de nossa análise, nos baseamos em autores como Pochulu. Pochulu (2004) comenta que os erros podem estar vinculados aos processos de ensino e aprendizagem devido às estratégias de ensino inadequadas, como por exemplo: o uso exagerado de técnicas algorítmicas; o desenvolvimento muito centrado na álgebra e pouco na resolução de problemas; a pouca atenção ao desenvolvimento de competências relacionadas com a leitura crítica e análise de gráficos; abordagem de conteúdos descontextualizados.

Cury (2006) sugere que os erros podem ocorrer por deficiências no ensino nas séries iniciais. Nessa linha, Pochulu (2004) assinala que muitos dos erros que os estudantes cometem em matemática são provenientes de deficiências de conhecimentos prévios. Para Rico (1995), os alunos não tomam consciência do erro, não questionam o que parece óbvio. Pochulu (2004) entrevistou professores em sua pesquisa os quais disseram ser comum que os alunos leiam o enunciado do problema de forma incompleta e desejarem uma resposta de forma instantânea, muitas vezes através da ajuda do professor ou de um colega. Para as autoras desta pesquisa, este imediatismo pode estar associado ao hábito de não pensar, de não pesquisar e de trabalhar com modelos pré-estabelecidos e rígidos. Gómez (1995) explica que essa atitude dos estudantes pode decorrer do fato de um professor resolver mecanicamente um exercício, sem indicar ou discutir o processo de resolução. A esta idéia acrescentaríamos que talvez este professor avalie o aprendizado apresentando o mesmo tipo de exercício e esperando que o aluno reproduza a sua forma de solucioná-lo.

## Considerações finais

Questão 4) A figura abaixo mostra o uso de fertilizantes (em milhões de toneladas).



Fonte: HALLET-HUGHES, D. *et al.* Cálculo

Aplicado. P. 6. 2ª edição. Rio de Janeiro: LTC.

2005

- a) Qual a quantidade de fertilizantes que os Estados Unidos usaram em 1980?
- b) Em algum ano, os Estados Unidos usaram 30 milhões de toneladas de fertilizantes? Em caso afirmativo, justifique, e, em caso negativo, explicita qual o valor máximo usado.
- c) No período de 1950 a 1975, qual dos três países mais aumentou o uso de fertilizantes?
- d) Interprete o uso de fertilizantes de 1970 a 1980 pela antiga União Soviética.
- e) Interprete o uso de fertilizantes a partir de 1990 pela antiga União Soviética.
- f) Estime os dados, completando a tabela, sobre o uso de fertilizantes dos Estados Unidos.

Ano	1950	1960			2000	2010
Fertili			17,5	25		

Como ressalta Cury (2007, p. 93), “o erro é fonte de saberes, é um saber, enquistado, resistente, apontando para algum problema que exige atenção”.

Godino, Batanero e Font (2003), comentam que os professores deveriam ter um registro dos erros e das dificuldades documentadas em investigações didáticas sobre cada tema a ser estudado. Assim, seria possível adaptar, ampliar ou variar os conteúdos de cada unidade didática para abranger a diversidade de erros ou dificuldades que os alunos possam apresentar.

Segundo Pochulu (2004), os erros devem ser descobertos pelos alunos como consequência de um debate com o professor. Para o autor, é uma forma de os estudantes participarem ativamente do processo de superação de seus próprios erros.

Autores como Clark e Ernest (2007) assinalam que a integração entre ciência, tecnologia e engenharia com os conteúdos matemáticos tem se tornado o

tópico principal dentro dos sistemas educacionais, o que nos parece favorecer o interesse pela aprendizagem. Principalmente para o engenheiro elétrico, pois há uma demanda muito grande em seu ambiente de trabalho de habilidades para interpretar textos, trabalhar com dados, analisar gráficos e operar matematicamente números e símbolos. Informalmente, os alunos se queixam da ausência de relação entre problemas reais e conteúdos matemáticos, relação esta que poderia ser uma motivação para a aprendizagem. Ressaltamos, porém, nas nossas poucas tentativas, que os alunos têm dificuldades em fazer associação da realidade com a matemática e também não conseguem realizar satisfatoriamente trabalhos extraclasse nos quais a associação está presente e se faz necessária. Esta dificuldade deve-se, aparentemente, ao nível inadequado das habilidades citadas na seção anterior.

Acreditamos que é preciso cada vez mais analisar os erros cometidos em conteúdos matemáticos



pelos alunos, pois ao entendermos as suas dificuldades poderemos contribuir com mudanças no ambiente acadêmico para favorecer mudanças de hábito, processos de aprendizagem e de ensino, além de se evitar algumas evasões em disciplinas matemáticas de cursos superiores.

É importante considerar como as pesquisas sobre análises de erros auxiliam o professor na reflexão sobre sua prática e na condução de um ensino de matemática mais adequado às necessidades dos estudantes. As pesquisas podem ajudar os professores a reconhecer a natureza dos erros cometidos pelos estudantes em cada conteúdo a ser desenvolvido e as possíveis causas.

Nossa experiência e as falas dos entrevistados têm demonstrado um certo reconhecimento da necessidade de apoio extraclasse, pois a sua formação básica em matemática, por ser inadequada ou insuficiente, interfere nos estudos em nível superior. Aparentemente, a principal dificuldade em superar essas deficiências reside no fato de que esses alunos dedicam um tempo limitado às atividades acadêmicas.

Embora conscientes desse fato, pouco fazem para vencer essa barreira, pois atribuem prioridade ao trabalho para pagar os seus estudos, restando pouco tempo para investir em atividades acadêmicas.

Em nossa universidade existem algumas iniciativas realizadas experimentalmente de atendimento diferenciado ao aluno (BRUMATTI, 2006), assim como outras já estabelecidas, tanto os minicursos de revisão de matemática elementar oferecidos como uma das atividades do laboratório de ensino de matemática (LEMA) quanto as atividades curriculares que ocorrem nas práticas de formação. As práticas de formação são obrigatórias no curso e devem ser cursadas até o final da graduação e constituem-se de atividades de cunho desportivo, artístico, cultural, técnico-científico, religioso, etc. Porém, o espectro de alunos atingido por estas iniciativas é insignificante, e embora sejam grandes os índices de interesse inicial, são mínimos os índices de efetiva participação.

Nossa realidade tem demonstrado que inovar as metodologias de ensino em sala de aula poderia ser uma forma de alcançar um nível de conhecimento mais adequado ao ensino superior e de se conseguir uma participação mais efetiva do corpo discente. Tais metodologias diferenciadas deveriam ter também como objetivo desenvolver nos alunos uma conscientização mais forte da necessidade de superar seus próprios erros.

Os comentários acima mostram os caminhos

de continuidade desta nossa pesquisa, a saber: ampliar nosso registro de erros dos alunos para mostrar os problemas, buscar por metodologias de ensino que promovam interdisciplinaridade e mudanças de hábitos de estudos, buscar por experiências didáticas inovadoras em contextos próximos ao nosso.

## Referências

- BRADSTREET, Thomas E. Teaching Introductory Statistics Courses So That Nonstatistician Experience Statistical Reasoning. *The American Statistician*, v. 50, n. 1, p. 69- 78, 1995.
- BRASIL, Resolução CES No. 01 de 27 de janeiro de 1999, Diário Oficial da União, Brasília, 03/02/1999; Seção 1, p. 13. Disponível em: <www.portal.mec.gov.br/sensu/arquivos/pdf/R012799. Acesso em: 28 maio 2008.
- BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. *Investigação Qualitativa em Educação Matemática*; uma introdução à teoria e aos métodos. Tradução Maria João Alvarez, S. B. Santos e T. M. Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.
- BORASI, Raffaella. *Reconceiving mathematics Instruction: a Focus on Errors*. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation, 1996.
- BRUMATTI, Raquel N. Moreira. *Monitoria Virtual: Um Experimento On-line para Potencializar um Ambiente de Apoio à Aprendizagem*. IN: Congresso Nacional de Ensino de Engenharias, 2006, Passo Fundo, *Anais...* Passo Fundo: Edit. Universidade de Passo Fundo, CD-ROM, 2006.
- CHICK, Helen L.; BAKER, Monica K. Investigating Teacher's Responses to Students Misconceptions. IN: CHICK, Helen L. & VICENT, Jill L. (eds.). Proceedings of the 29<sup>th</sup> Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education, *Anais...* vol, 2, p 249-256. Melbourne: PME, 2005.
- CLARK, Aaron C.; ERNST, Jeremy V. A Model for the Integration of Science, Technology, Engineering and Mathematics. *The Technology Teacher*. v. 66, n. 4, 2007, p. 24-26.
- CURY, Helena Noronha. Análise de erros e análise de conteúdo: subsídios para uma proposta metodológica. IN: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2, 2003, Santos. *Anais...* Santos: SBEM, CD-ROM, 2003.
- \_\_\_\_\_. Análise de erros em disciplinas matemáticas de cursos superiores. IN: III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Águas de Lindóia, 2006, *Anais ...* Águas de Lindóia: SBEM, 2006. CD-ROM.

\_\_\_\_\_. *Análise de erros*: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Coleção Tendências em Educação Matemática. Ed. Autêntica, 2007, 112 p.

\_\_\_\_\_; MÜLLER, Thaísa Jacintho. Análise de erros em Cálculo Diferencial e Integral. IN: III Simpósio Internacional de Educação Superior, 2004, *Anais...Caxias do Sul*. Educação Superior e Inovações. Caxias do Sul : FSG, 2004. v. 1.

DEL PUERTO, Silvia Mónica; MINNAARD, Claudia Lilia; SEMINARA, Silvia Alejandra. Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, v. 38, n. 4, 10 abril 2006. Disponível em:

< <http://www.rieoei.org/1285.htm>>. Acesso em: 30 abril 2008.

ESTELAY, Cristina; VILLARREAL, Mónica. Análisis y categorización de errores en matemática. *Revista de Educación Matemática*, v.11, n.1, p. 16-35, 1996.

FRANKENSTEIN, Marilyn. *Relearning mathematics: a different third – radical maths*. Londres: Free Association Books, 1989.

GODINO, Juan; BATANERO Carmen; FONT, Vicenç. *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática para maestros*. Universidad de Granada. 2003. Disponível em: <<http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>>. Acesso em: 14 abril 2008.

GÓMEZ, Pedro. *Profesor: no entiendo – Reflexiones alrededor de una experiencia en docencia de las matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995.

KENSKI, Vani Moreira. *Educación e Tecnologías: o novo ritmo da informação*. 2 ed. Campinas: Papirus, 2007.

PINTO, Neuza Bertoni. *O erro como estratégia didática: Estudo do erro no ensino da matemática elementar*. Campinas: Papirus, 2000.

POCHULU, Marcel David. Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. *Revista Iberoamericana de Educación*, v. 35, n. 4, 2004.

Disponível em: <<http://www.campusoei.org/revista/deloslectores/849Pochulu.pdf>>. Acesso em: 14 abril 2008.

RADATZ, Hendrik. Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 10, 1979.

RICO, Luis. Errores y dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas, c. 3. p. 69-108, IN: KILPATRIK, Jeremy; GÓMEZ, Pedro; RICO, Luis. *Educación Matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995.

*Recebido em maio de 2009  
Aprovado em junho de 2009*

Sobre as autoras:

**Denise Helena L. Ferreira** é docente da Pontifícia Universidade Católica de Campinas.

**Raquel N. M. Brumatti** é docente da Pontifícia Universidade Católica de Campinas e Membro do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), UNESP, Rio Claro