

O jogo Contig 60¹, as expressões numéricas e os registros de representação semiótica

Graziele Cristine Moraes da Silva*
 Maria José Ferreira da Silva^{1**}

Resumo

Este artigo apresenta um recorte da dissertação de mestrado: *O ensino e aprendizagem da expressão numérica para a quinta série do ensino fundamental com a utilização do jogo Contig 60[®]*, defendida em 2009 na PUC/SP. Este recorte teve por objetivo mostrar que o jogo permite ao sujeito construir representações nos registros de representação semiótica material, nos registros de representação da língua natural e numérico, além de conversões entre eles, quando associados a expressões numéricas. Buscou-se ressaltar a importância de articular o jogo a diversos registros de representação semiótica para um mesmo objeto matemático, no intuito de desenvolver a função cognitiva desses registros. Após a investigação, constatou-se que o ensino de expressões numéricas, com o Contig 60[®], permite a sujeitos de quinta série do ensino fundamental fazerem as conversões entre os registros de representação semiótica apresentados, bem como darem significado às expressões numéricas e à utilização de parênteses nelas.

Palavras-chave: Expressão numérica; Jogo Contig 60[®]; Registros de representação semiótica.

The game Contig 60[®], the numerical expressions and the semiotic representation registers

Abstract

This article presents part of a master's degree dissertation: *The teaching and learning of the numeric expression for the fifth grade of elementary school using the game Contig 60[®]*, defended in 2009 at PUC / SP. The aim of this part is to show that the game allows the subject to construct representations on registers of semiotic material representation, in the representation registers of natural numerical language, besides conversions between them when associated to numeric expressions. We will seek to emphasize the importance of combining the game with several registers of semiotic representation for the same mathematical object, in order to develop the cognitive function of those records. After the investigation, we found that the teaching of numerical expressions, with the Contig 60[®] allows the fifth grade of elementary school students to make conversions between the submitted registers of semiotic representation and give meaning to the numerical expressions and the use of parentheses in them.

Keywords: Numerical Expression; Game Contig 60[®]; Semiotic Representation Registers.

Introdução

Atualmente, um dos grandes desafios ao ensinar Matemática é permitir que os alunos consigam atribuir significado aos objetos matemáticos tratados na escola e um desses objetos é a expressão numérica, pois esta tem sido ensinada ao longo do tempo apenas como um processo algorítmico.

De acordo com Arrais (2006), as expressões numéricas apresentam-se no sistema educacional desde a década de 30, mas seu ensino deixou de ser proposto e recomendado, desde a reforma curricular de 1986. Acrescenta que os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) não abordam o ensino de expressões numéricas, embora estejam presentes no livro didático

co e, ainda, que os professores continuam a ensiná-las. Assim, podemos concluir que, de certa forma, continuam fazendo parte do sistema educacional.

Por outro lado, entendemos que a expressão numérica é uma ferramenta que ajuda a modelar situações-problema, tornando suas resoluções mais simples, pois permite economia de esforço e tempo, além de minimizar a incidência de erros, porque representa o problema de uma forma mais concisa e mostra inclusive a ordem em que as operações devem ser efetuadas.

E também, uma ferramenta importante para utilização de calculadoras simples, tendo em vista a ordem das operações. Por exemplo, ao resolver a expressão numérica $4 + 5 \times 6$, se o aluno digitar nessa ordem, encontrará como resultado 54, visto que na realidade resolveu a expressão numérica

* Endereço eletrônico: gabimath@yahoo.com.br

**Endereço eletrônico: zeze@pucsp.com.br

$(4 + 5) \times 6$, quando deveria fazer primeiro a multiplicação e obter o resultado 34. Assim, entendemos a importância do ensino das expressões numéricas na quinta série do ensino fundamental.

Na busca de um instrumento que pudesse auxiliar no processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo, encontramos o jogo Contig 60[®]. Este é um jogo de estratégia que envolve as quatro operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão que são realizadas a partir dos números sorteados nas faces superiores de três dados.

Desse modo, os possíveis resultados são identificados no tabuleiro (Anexo A) e ganha aquele que marcar mais pontos, conforme as regras¹. Embora originalmente o Contig 60[®] seja composto de três dados e um tabuleiro, ampliamos a quantidade de dados para até cinco, para permitir expressões numéricas mais complexas.

Com o emprego desse jogo, é possível proporcionar uma abordagem diferenciada para o ensino das expressões numéricas, na tentativa de permitir aos alunos participarem, fazerem relações e buscarem a expressão que lhes proporciona melhor resultado no jogo. Entendemos que essa situação caracteriza-se como uma situação-problema de jogo, de acordo com Grando (2000).

Nos registros de representação semiótica, buscamos o referencial teórico que permitisse explicar os fatos didáticos relacionados ao uso do jogo associado ao conteúdo pretendido.

Em Jesus (2008), encontramos o processo de manipulação das dobraduras, entendido como um registro de representação material. Da mesma forma, entendemos a manipulação dos dados pelo sujeito durante o jogo, também, como um registro de representação material, pois pode ser transformado em outro tipo de registro (numérico e/ou língua natural), para que o objeto matemático não seja confundido com suas representações, embora seja percebido em cada uma delas. Assim, neste artigo, pretendemos mostrar a utilização do jogo de estratégia Contig 60[®] em uma dimensão didática, visto que tivemos, como objetivo o processo de ensino e aprendizagem de um conteúdo matemático em um contexto educacional.

As expressões numéricas e o Contig 60[®]

Para Ferreira (1999), expressão é o ato ou efeito de se expressar e, em matemática, é a representação do valor de uma quantidade sobre a forma algébrica com ou sem pontuação.

Para Gregolin:

Expressão numérica é toda expressão que envolve uma ou mais operações com números. A expressão numérica representa uma única idéia de quantidade, isto é, tem um único resultado e, para obtê-lo, devemos proceder da seguinte forma:

- *Primeiramente, efetuamos as multiplicações e divisões, obedecendo à ordem em que aparecem.*

- *A seguir, efetuamos as adições e subtrações, também obedecendo à ordem em que aparecem.*

[...] Quando aparecem nas expressões (parênteses), [colchetes] e { chaves }, efetua-se primeiro o que está dentro dos parênteses, depois o colchete e por último o que está na chave, na ordem que aparecem na expressão. (GREGOLIN, 2002, p. 120-125).

De acordo com Silva (2009), é dessa forma que, geralmente, as expressões numéricas são ensinadas pelos professores, pois é o mesmo modo que aparece nos livros didáticos, como um conjunto de regras a serem seguidas.

Por outro lado, Arrais (2006) entende que as expressões numéricas são usadas no ambiente educacional, como um caminho para introduzir a construção do pensamento algébrico, e são empregadas como um modelo matemático capaz de representar uma situação-problema. Já Lins e Gimenez (2006), defendem que o processo de ensino e aprendizagem da matemática nas escolas cria uma distância entre a aritmética e outras áreas da matemática e do conhecimento, pois não realiza a integração da aritmética na resolução de diversas situações-problema.

Neste trabalho, entendemos a expressão numérica, como a representação do valor de uma quantidade obtida, com base nos cálculos com as quatro operações básicas (adição, subtração, divisão e multiplicação) e as propriedades operatórias (comutativa, associativa, distributiva da multiplicação em relação à adição e elemento neutro) determinadas pelo uso de parênteses, chaves e colchetes.

Acreditamos, como mostra Arrais (2006), que as expressões numéricas não devem ser usadas, como uma arte de regras, técnicas e números dentro de um ensino algorítmico e, com esse fim, utilizamos o jogo Contig 60[®] com o objetivo de permitir ao aluno empregar as propriedades operatórias para vencer o jogo.

O jogo Contig 60® como um Registro de Representação Semiótica

Raymond Duval, filósofo e psicólogo, desenvolveu a teoria dos Registros de Representação Semiótica com o objetivo de analisar o funcionamento do pensamento para aquisição de conhecimento e a organização de situações de ensino e aprendizagem, sobretudo, nas atividades matemáticas. No lugar de focar o erro dos alunos, faz uma abordagem cognitiva que permite ao aluno conscientizar-se, participar e dirigir seu processo de aprendizagem.

Para Duval (2005), ensinar matemática é, antes de tudo, possibilitar o desenvolvimento geral de capacidades de raciocínio, de análise e visualização, visto que a atividade matemática caracteriza-se pela articulação de diferentes Registros de Representações Semióticas para o mesmo objeto matemático.

Segundo o autor, um sistema de representação semiótica organiza-se por duas funções:

1ª) *cognitiva*: desenvolve o nível de funcionamento consciente em relação ao objeto observado e possibilita ao aluno compreender, efetuar e controlar a diversidade de processos matemáticos que lhe são propostos. O sujeito trabalha as funções cognitivas de **comunicação**, que são funções verbais exteriorizadas pelo sujeito (produção para os outros); **objetivação** são as funções mentais, o discurso interno do sujeito (produção para si); **tratamento**, função que envolve a comunicação e objetivação (produção do sujeito para si e para os outros);

2ª) *código*: desenvolve o nível de funcionamento não consciente ao objeto observado, envolve funções cognitivas de transmissão, signo, memorização ou categorização, sendo uma produção automática do sujeito, o código só funciona bem, se for de modo automático.

Um Registro de Representação Semiótica dependerá, segundo Duval (2004), de um sistema semiótico que não pode ser de qualquer natureza, pois deve permitir a formação de uma representação identificável em dois tipos de transformação de registro, que são radicalmente diferentes:

1º) *tratamento*: refere-se às operações dentro de um mesmo sistema de registro de representação, por isso é dita “interna a um registro”, Assim, o tratamento está ligado à forma e não ao conteúdo do objeto matemático, por exemplo, quando resolvemos uma expressão numérica, é realizado um tratamento aritmético no registro numérico.

2º) *conversão*: refere-se às operações que permitem transformar um registro inicial em outro

registro. Por essa razão, é considerada como uma “transformação externa”, por mudar o sistema de registro, mas conserva a referência aos mesmos objetos. Por exemplo, ao resolvermos uma situação-problema que envolva uma expressão numérica, é realizada uma conversão do registro da linguagem natural para o registro numérico.

Para Duval (2005), existe uma diversidade de representações semióticas que são agrupadas em quatro grandes registros: língua natural; escritas algebricas e formais; figuras geométricas e representações gráficas. Afim de que ocorra a compreensão em matemática, faz-se necessária a coordenação de, ao menos, dois destes registros.

Neste artigo, abordam-se o registro da língua natural, o registro de escrita dos números naturais cujos tratamentos ocorrem por meio das quatro operações fundamentais e suas propriedades e, por isso, adquirem um caráter algorítmico, além do registro material, conforme Silva (2009), tendo em vista que não se encontra essa classe de registro nos trabalhos de Duval.

Assim, entendemos que, ao jogar o Contig 60®, os participantes realizam uma produção no nível de funcionamento consciente, por meio da qual podem ser observadas as funções cognitivas de comunicação, objetivação e tratamento. O jogo é considerado por nós, como um Registro de Representação Semiótica Material, por permitir as transformações de conversão e tratamento.

No momento do jogo Contig 60®, os sujeitos realizam, de forma simultânea, o tratamento e a conversão. Ao lançar os dados, pode acontecer, por exemplo, a configuração mostrada na figura 1.

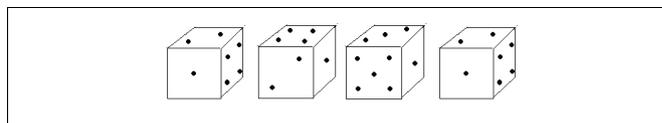


Figura 1: Lançamento de dados no momento do jogo Contig 60®

Imediatamente, o sujeito faz a conversão para o registro numérico quando observa os resultados das faces superiores dos dados e para o registro da língua natural quando falam os números “dois, quatro, três e dois”. Quando visualiza uma possibilidade de resposta para o jogo, por exemplo, “dois mais quatro, mais três, menos dois”, ele explicita oralmente um tratamento no registro dos números que pode ser representado pela escrita: $2 + 4 + 3 - 2$, já conhecido por esse sujeito.

No registro de representação semiótica, o tratamento material ocorre, quando não satisfeito

com a resposta obtida, o sujeito reorganiza os dados, como mostra a figura 2. A partir desse tratamento, ele repete os procedimentos de conversão, tanto para o registro da língua natural, como para o registro de escrita dos números, este associado à representação simbólica (códigos – parênteses, chaves, colchetes).

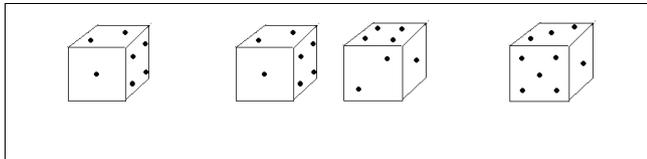


Figura 2: Tratamentos e conversões no registro material, no momento do jogo Contig 60[®]

Neste exemplo, entendemos, de acordo com Duval (2004), que, quando os participantes anunciam *dois mais, duas vezes quatro, menos três*, fazem uma conversão do registro material para o registro da língua natural e quando escrevem $2 + (2 \times 4) - 3$, tanto pode ser uma conversão do registro material ou do registro da língua natural para o registro de escrita dos números naturais. No entanto, a mesma representação material pode ser convertida para outras representações, tanto no registro da língua natural como no registro de escrita dos números naturais, como por exemplo, *duas vezes, dois mais quatro, vezes três*, isto é, $2 \times (2 + 4) \times 3$.

Para Duval (2004), a distinção entre um objeto matemático e a representação que se faz dele, é de extrema importância no funcionamento cognitivo. No ambiente de ensino e aprendizagem, é preciso estar atento para esta diferenciação, investigando de que forma se constrói a compreensão dos objetos matemáticos e de suas possíveis representações, além das transformações que permitem articular tais representações.

Assim, justificamos a utilização do jogo Contig 60[®], para o ensino de expressões numéricas, visto que proporciona aos alunos o emprego de diversos registros de representação semiótica com seus respectivos tratamento, além da conversão entre esses registros o que constitui uma condição para a compreensão em matemática.

Uma análise das relações encontradas

A pesquisa de campo foi realizada com quatro alunos de uma quinta série do ensino fundamental de uma escola estadual da região Centro Sul da cidade de São Paulo, durante três dias, em quatro

aulas de cinquenta minutos. Os sujeitos receberam nomes fictícios e foram observados por filmagem e gravação de áudio. O objetivo foi investigar a aprendizagem das expressões numéricas pelos alunos, a partir de uma intervenção de ensino que tinha como principal ferramenta uma sequência didática, utilizando o jogo Contig 60[®], como um registro de representação semiótica que permitisse aos sujeitos articularem esse registro com outros que já conheciam. Como procedimentos metodológicos, aplicamos um pré-teste e um pós-teste, antes e depois da intervenção, respectivamente.

De modo geral, com a realização do pré-teste, observamos que os sujeitos já possuíam algum conhecimento de expressões numéricas, embora apresentassem dificuldade para calcular seu valor e aplicar as propriedades das operações envolvidas na expressão numérica, o que mostra a falta de domínio no tratamento dos registros de representação semiótica dos números.

No início da intervenção de ensino, foi proposta a divisão dos alunos em duplas. As regras do jogo foram discutidas, e eles foram convidados a jogar, no início com três dados e, a seguir, com quatro e cinco dados. Durante a familiarização com o jogo, os alunos priorizaram a conversão do registro de representação material para o registro de representação da língua natural, tendo em vista que efetuavam os cálculos mentalmente.

A seguir, a pesquisadora solicitou que os alunos registrassem cada uma de suas jogadas. O objetivo aqui era propiciar a conversão do registro de representação material ao registro de representação dos números naturais. Estes, de acordo com Grandó (2000), são momentos de intervenção pedagógica para a inserção do jogo no ambiente escolar.

No momento do jogo, a pesquisadora realizou intervenções com questões que permitiam aos sujeitos refletirem sobre suas jogadas, como procedimentos de resolução de situações-problema do jogo, tendo em vista a melhor pontuação e relacioná-las ao registro de representação dos números.

Ao jogar com cinco dados, uma das jogadas dos sujeitos Fábio e Gabriel, resultaram em faces superiores mostrando os números 2, 6, 1, 1 e 1. Após vários tratamentos no registro de representação material, isto é, modificando a posição dos dados para obter diferentes agrupamentos, fizeram a conversão para o registro de representação dos números naturais, como mostra a figura 3.

Podemos ver que, associados a esse registro, os sujeitos usaram os parênteses para priorizar a

adição, antes da multiplicação que aparece na expressão. No entanto, os alunos não tinham os conhecimentos necessários para a correta resolução da expressão numérica construída, visto que seria necessário mobilizar os tratamentos no registro de escrita nos números inteiros relativos, conteúdo ainda não abordado nesse nível de escolaridade. Geralmente, os programas oficiais sugerem a abordagem somente na série seguinte, embora a situação fosse propícia para sua introdução.

$$\begin{array}{l} 2-6 \times (1+1)=1 \\ 2-6 \times 2 \div 1 \\ 2-12 \div 1 \\ 2-12 \\ 10 \end{array}$$

Figura 3: Momento do jogo de Gabriel e Fábio

Percebemos que alunos de quinta série podem mobilizar as conversões de registros propostas na atividade e dar algum significado à utilização de parênteses em uma expressão numérica. No entanto, somente esses alunos apresentaram a operação de divisão em sua expressão. De modo geral, os alunos não a utilizam. Podemos inferir que isso se deve, por um lado, à grande possibilidade de encontrar uma divisão não possível em números naturais e, por outro lado, como afirma Grandó (2000), pela crença de que “dividir sempre diminui”, o que o levaria a perder o jogo.

Em um determinado momento da atividade com o jogo, os sujeitos Gabriel e André, de duplas diferentes, propuseram o desafio de jogar os dados e fazer um tratamento que resultasse no zero, pois acreditavam que isso não era possível. Enquanto manipulavam os dados, ocorreu o seguinte diálogo:

Gabriel: “Eu vou tentar marcar o zero.”

André: “Eu também.”

(André lança quatro dados e os números sorteados são: um, dois, dois e cinco).

André: “Duas vezes dois é quatro; quatro vezes cinco é vinte, vinte menos um dá dezenove. Não consegui.”

Gabriel: “Se fosse ver mesmo ia dar o zero. Cinco tira dois dá três, três menos dois é um, um menos um dá zero.”

Isso nos mostra que acontece a conversão do registro de representação material para o registro da língua natural, enquanto os cálculos são feitos men-

talmente. No entanto, como o objetivo era o desafio, não sentiram necessidade de apresentar um registro de representação numérico.

É possível perceber que a interação entre os pares pode propiciar a construção de resolução de *situações-problema de jogo*, mediante a análise de ideias e pontos de vistas diferentes na busca de ganhar o jogo. No momento do jogo Contig 60®, foi possível criar um espaço de diálogo em que os sujeitos testaram conjecturas e levantaram hipóteses na escolha da melhor jogada.

Depois da intervenção com o jogo Contig 60®, foi aplicado um pós-teste para verificar as conversões de registros que os alunos mobilizavam e como resolviam as expressões numéricas apresentadas.

Alguns itens do pós-teste apresentavam situações que não foram trabalhadas no momento do jogo. Uma delas consistia em criar várias expressões numéricas que resultassem no número 32, jogando cinco dados. O objetivo era mostrar ser possível que tratamentos diferentes no registro de representação numérico apresentem o mesmo resultado. No entanto, os sujeitos contentaram-se em apresentar somente uma solução, como pode ser visto no protocolo de Fábio mostrado na figura 4. Podemos inferir que esses alunos não estão habituados a encontrar mais de uma solução para um determinado problema.

1) Segundo as regras do jogo liste as possibilidades distintas de se conseguir o número 32 com o lançamento de cinco dados?

$$\begin{array}{l} 15+4+2+1 \times 2 \\ 9+3+1 \times 2 \\ (4+4) \times 2 \\ 16 \times 2 \\ 32 \end{array}$$

Figura 4: Situação-problema (1) do Fábio

Outra situação solicitava a conversão do registro de representação dos números para o registro da língua natural com base na apresentação de uma expressão numérica e da solicitação de um problema que a tivesse como solução.

Os sujeitos fizeram a conversão solicitada, embora o enunciado criado no registro de representação da língua natural não correspondesse inteiramente à expressão dada no registro de representação numérico. O aluno André foi o único que fez corretamente a conversão, como pode ser visto no protocolo apresentado na figura 5. Acreditamos que talvez seja uma solicitação prematura e que outras situações no momento do jogo deveriam ter sido trabalhadas para que esta conversão fosse mobilizada de maneira espontânea.

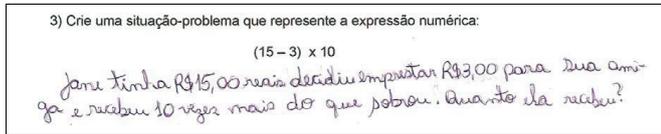


Figura 5: Situação-problema (3) do André

Entendemos que a inserção do jogo em sala de aula associada à conversão de registros de representação semiótica e ao conteúdo matemático “expressões numéricas” pode conduzir os alunos a dar sentido a esse conteúdo, bem como à utilização de parênteses nessas expressões. O que não seria possível se apresentássemos o jogo sem a solicitação da conversão dos registros e, da mesma forma, se as expressões numéricas fossem mostradas simplesmente por regras. Por outro lado, teríamos de buscar situações no jogo Contig 60[®] ou fora dele que permitissem a utilização da operação de divisão, ou mesmo, da potenciação e radiciação além da construção de significados para a utilização de colchetes e chaves.

Considerações Finais

No decorrer da pesquisa, foram propostas diversas atividades que, em sua maioria, exigiam conversões do registro de representação material para os registros da língua natural (falada) e ao registro de representação dos números naturais, bem como seus tratamentos específicos. No decorrer das análises, observamos que os sujeitos fizeram com facilidade tais conversões e tratamentos.

Durante a situação em que os alunos exploraram o jogo Contig 60[®], foi possível notar que a interação entre os pares propiciou a construção de processos de resolução de problemas, mediante a análise de ideias e pontos de vista diferentes com o intuito de construir as expressões numéricas convenientes para proporcionar a vitória no jogo. As análises e discussões ocorridas no grupo propiciaram aos alunos, na maioria das vezes, a possibilidade de decidirem que, para obter a melhor jogada, deveriam colocar parênteses para mostrar a operação que queriam fazer primeiro.

Dessa forma, foi possível entender que o emprego de jogo em sala de aula pode criar um ambiente desafiador que propicie a resolução de situações-problema e conduza o aluno a discutir, argumentar e tomar decisões. Mas, entendemos que, para um jogo auxiliar na construção de conhecimentos matemáticos, é preciso que o mesmo propicie a mobilização

de um registro de representação material e possíveis conversões para outros Registros de Representação Semiótica (numéricos, figurais, algébricos, ...), pois o uso do jogo pelo jogo pode não contribuir para essa construção.

Por exemplo, o jogo de xadrez é muito citado pela possibilidade de ser utilizado nas aulas de matemática, geralmente, com a justificativa de que enriquece o nível cultural do indivíduo, melhora sua capacidade de memória, desenvolve o raciocínio lógico, entre outras tantas.

No entanto, sem contrariar tantas justificativas, preocupamo-nos em identificar possíveis conteúdos matemáticos que poderiam ser abordados durante a execução do jogo (tabuleiros, peças e regras) e, ainda, como poderiam ser convertidos para algum registro de representação semiótica que permitisse a construção desse conhecimento. Parece-nos que, sem essa possibilidade, privilegiaríamos os aspectos pedagógicos do jogo, mas não seus aspectos didáticos relacionados à matemática.

Certamente, podemos afirmar que a relevância deste trabalho consiste em buscar o aprofundamento das reflexões já feitas a respeito da utilização do jogo no âmbito escolar para o ensino ou aprimoramento de um conteúdo matemático específico e que outras pesquisas possam contribuir para tal.

Nota

Regras do Contig 60[®] Cada jogador inicia o jogo com 30 ou 40 pontos e, cada vez que coloca uma ficha de sua cor no tabuleiro, ele subtrai um ponto para cada casa ocupada, vizinha da casa que ele vai marcar.

Se um jogador construir uma sentença errada, o adversário poderá acusar o erro, ganhando com isso dois pontos que serão subtraídos de seu total. O jogador que errou, retira sua marca e perde a vez de jogar.

Se um jogador passar a vez, por acreditar que não pode construir nenhuma sentença com os valores obtidos nos dados e seu oponente conseguir fazê-lo, é este quem ganhará o dobro dos pontos que seu adversário faria e, em seguida, poderá fazer sua própria jogada.

Vence aquele que, em primeiro lugar, conseguir alinhar cinco de suas marcas na horizontal, vertical ou diagonal (sem marcas do oponente intercaladas) ou aquele que, em primeiro lugar, chegar a zero ponto. Outro modo de jogar é, ao invés dos jogadores iniciarem a partida com trinta pontos e irem subtraindo

os pontos ganhos em cada jogada, até chegar ao resultado zero, pode ser feito o processo contrário, os jogadores iniciam com zero ponto e precisam alcançar os 30 pontos no decorrer das partidas.

Anexo A: Tabuleiro do jogo Contig 60®

| | | | | | | | |
|----|----|-----|-----|-----|----|----|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 8 |
| 26 | 54 | 55 | 60 | 64 | 66 | 34 | 9 |
| 25 | 50 | 120 | 125 | 144 | 72 | 35 | 10 |
| 24 | 48 | 108 | 180 | 150 | 75 | 36 | 11 |
| 23 | 45 | 100 | 96 | 90 | 80 | 37 | 12 |
| 22 | 44 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 13 |
| 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 |

Referências

- ARRAIS, Ubiratan Barros. *Expressões Aritméticas: crenças, concepções e competências no entendimento do professor polivalente*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.
- BRASIL– Ministério da Educação – Secretaria de Educação Fundamental - PCN's **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- DUVAL, Raymond. *Semiosis y Pensamiento Humano: Registros Semióticos u Aprendizajes Intelectuales*. Santiago de Cali: Peter Lang, 2004.
- _____. Registros de representações semióticas e fun-

cionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). *Aprendizagem em Matemática*. Campinas: Papirus, 2005.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. *Novo Aurélio século XXI: o dicionário da língua portuguesa*. 3.ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1999.

GRANDO, Regina Célia. *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula*. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2000.

GREGOLIN, Vanderlei Rodrigues. *O conhecimento matemático escolar: operações com números naturais (e adjacências) no ensino fundamental*. 2002. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2002.

JESUS, Gilson Bispo de. *Construções Geométricas: uma alternativa para desenvolver conhecimento a cerca da demonstração em uma formação continuada*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. 7.ed. Campinas: Papirus, 2006.

SILVA, Grazielle Cristine Moraes da. *O Ensino e aprendizagem das expressões numéricas para 5ª série do Ensino Fundamental com a utilização do jogo Contig 60®*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC, São Paulo, 2009.

Recebido em maio de 2009
Aprovado em junho de 2009

Sobre as autoras:

Grazielle Cristine Moraes da Silva é mestre em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP) e coordenadora pedagógica do Ensino Médio da E. E. Dr. Álvaro do Souza Lima, na cidade de São Paulo.

Maria José Ferreira da Silva é doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e atua nessa mesma instituição no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática e na coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática.