# A sala de aula e a modelagem matemática: contribuições possíveis em diferentes níveis de ensino

Eleni Bisognin\* Vanilde Bisognin\*\* Silvia Maria de Aguiar Isaia\*\*\*

#### Resumo

Nesse artigo, analisam-se algumas contribuições da modelagem matemática, em sala de aula, em diferentes níveis de ensino. São discutidos os resultados de uma investigação realizada com alunos de licenciatura em matemática e de pesquisas desenvolvidas por discentes de um mestrado profissionalizante em ensino de matemática, que utilizaram essa metodologia com seus alunos da educação básica. As investigações tiveram abordagem qualitativa, os instrumentos utilizados foram pautas de observações, fórum de discussões e entrevistas. Pode-se concluir que os cenários da pesquisa, apesar de distintos, compartilharam múltiplos aspectos que foram favorecidos pelo uso dessa metodologia. Desse modo, infere-se que a utilização desta metodologia de ensino propiciou a criação de um ambiente de trabalho cooperativo entre alunos e entre alunos e professores, além de favorecer autonomia e postura crítica a todos os participantes, em vista dos conteúdos abordados e da realidade sociocultural em que estão inseridos.

Palavras-chave: Metodologia de ensino; Ensino e aprendizagem de matemática; Modelagem matemática.

# Classroom and mathematics modeling: possible contributions in different teaching levels

#### **Abstract**

In this article we analyse some contributions of the use of mathematical modeling in the classroom, in different teaching levels. In this sense we discuss results from an investigation conducted with undergraduate students of mathematics and form researches developed by students of a master degree course in mathematics teaching that used this methodology with their elementary students. According to qualitative methodological approaches, guidelines for comments, forum for discussions and collective and individual interviews were used as instruments to the researches. It can be concluded that research scenarios, although separate, share many aspects that were favored by the use of this methodology. Thus, it can be inferred that this methodology of education allows the creation of an environment for cooperative work between students and teachers, in addition to promoting autonomy and critical attitude to all participants, considering the contents developed and the social and cultural reality where they are inserted.

Keywords: Teaching methodology; Mathematics teaching and learning; Mathematical modeling.

## Introdução

No presente artigo, temos como propósito apontar as possibilidades metodológicas oferecidas pela modelagem, para a melhoria do ensino e da aprendizagem da matemática em diferentes níveis de ensino. Nesse sentido, apresentamos os resultados de pesquisas realizadas em dois cenários distintos. O primeiro envolveu alunos de um curso de licenciatura em matemática que estavam matriculados em uma disciplina cuja ementa contempla o conteúdo da metodologia da modelagem matemática. O segundo cenário contemplou alunos de um curso de mestrado profissionalizante em ensino de

matemática, que utilizaram a modelagem nas salas de aula de diferentes escolas da educação básica, como parte de suas dissertações de mestrado.

Partimos da premissa de que a matemática como ciência está cada vez mais presente na vida das pessoas, porém, na escola, o desempenho dos alunos apresenta um baixo rendimento tanto na educação básica, como na educação superior, evidenciado pelos resultados dos exames de avaliação nacionais e internacionais. O que se observa são alunos sem interesse pela disciplina e professores desmotivados para o desempenho de suas funções docentes.

Entendemos que, entre as muitas razões que colaboram para esse cenário, está a desvinculação da matemática, trabalhada na escola, com a realidade. Esta desvinculação é fruto de uma prática de

<sup>\*</sup>Endereço eletrônico: eleni@unifra.br \*\*Endereço eletrônico: vanilde@unifra.br

Endereço eletrônico: vanide@unifra.br\*\*\*Endereço eletrônico: sisaia@terra.com.br

ensino em que o professor é o elemento central da sala de aula, que apresenta o conteúdo de forma encadeada, segundo um padrão definido pelos livros didáticos e parte de problemas que, muitas vezes, não têm sentido para os alunos. Essa forma de ensinar, em que os alunos ouvem, copiam e depois estudam, não mais responde ao que preconizam os parâmetros curriculares nacionais, para a educação básica, e as diretrizes curriculares nacionais, para a formação de professores.

Este cenário, nos últimos anos, tem merecido especial atenção de muitos educadores, a qual se verifica na realização de pesquisas que envolvem a busca de alternativas para a superação desse quadro. Nas investigações, estão incluídas questões relacionadas com os conteúdos a serem ensinados, bem como outras relativas aos métodos utilizados pelos professores, em sala de aula, no processo de ensino e aprendizagem.

A busca de alternativas metodológicas que possibilitem a motivação de alunos e professores. para estudar matemática, bem como a busca de sentido do estudo desse conteúdo tem pautado nossa prática docente nos últimos anos. Dos resultados das pesquisas realizadas com alunos do ensino superior observamos que, cada vez mais, os alunos ingressantes nos cursos de licenciatura, possuem lacunas em conhecimentos matemáticos na sua formação básica. As pesquisas evidenciaram que essas deficiências podem ser fruto da falta de motivação para o estudo da matemática, mas também decorre de uma formação inicial que se mostra deficiente em termos de conhecimentos, aliada a uma prática pedagógica centrada na repetição de exercícios e problemas, desvinculados da realidade e interesse dos alunos.

Assim, para Isaia e Bolzan (2006), é indispensável retomar as questões relativas à formação dos professores de licenciatura e, para tanto, discutir alguns dos condicionantes responsáveis pela crise por que passam esses cursos. Entre os condicionantes circunstanciais são destacados, entre outros, a precária formação; os desprestígios sócio-profissional, institucional e acadêmico; a falta de integração entre disciplinas tanto de cunho específico, quanto pedagógico; a desarticulação entre as disciplinas de conteúdo específico e de formação pedagógica; o tratamento diferenciado entre o ensino e a pesquisa; e o distanciamento entre formação inicial e a realidade escolar (GATTI, 1992; SANTOS, 1997).

Quanto aos condicionantes estruturais, é salientada, principalmente, a polêmica sobre o tipo de profissionais que as licenciaturas precisam formar, ou seia, especialistas em áreas específicas do conhecimento, professores voltados à tradução dos conhecimentos de sua área, ou ainda, profissionais integrando, simultaneamente, a função de especialista e de professor (MAZZOTTI, 1993). Das três possibilidades indicadas a respeito dos condicionantes estruturais, Isaia e Bolzan (2006) consideram como pertinente a que se direciona para o saber/ conhecimento pedagógico, ou seja, para o conhecimento de ser professor, sem, contudo, desvincularse do conhecimento específico. Tal posicionamento nos remete a concepção de que os docentes atuam como mediadores e organizadores das situações de ensino. O papel de mediador é fator essencial para que os processos de ensino e de aprendizagem se estabelecam, pois promove as trocas socioculturais essenciais ao processo de ensinar e aprender, bem como envolve simultaneamente os formadores e os futuros professores.

A partir desses elementos, Isaia e Bolzan (2006) consideram ser possível pensar que a destinação dos cursos de licenciatura estaria em formar professores para atuarem no ensino fundamental e médio, precisando, para tanto, no processo de formação docente, articular adequadamente as disciplinas específicas e as disciplinas formativas, relacionando-as com a realidade da cultura escolar, instituída juntamente com as experiências e os conhecimentos - conceituais, pedagógicos, experienciais, pessoais, entre outros - de que dispõem os professores, a partir de seu desenvolvimento profissional.

Mesmo tendo claro em nível discursivo/teórico a função dos docentes de licenciatura, Isaia (2003), a partir de suas pesquisas, constata que estes ainda voltam-se majoritariamente para o conhecimento específico de sua área, tendo por meta possibilitar aos alunos uma sólida formação no domínio específico, sinalizando para a dificuldade de conscientização da dimensão pedagógica da docência e a vinculação necessária com a realidade sociocultural à qual os alunos estão situados.

Desse modo, parece-nos que os professores precisam instaurar um processo de aprendizagem no qual o aluno, mais do que acumular informações, precisa desenvolver a capacidade de organizá-las, construindo, assim, um conjunto significativo e integrado de novos conhecimentos e habilidades, capaz de levar ao aprender a aprender.

Distante dessa possibilidade, Chevallard (2001) afirma que a matemática ensinada na escola caminha em outra direção, uma vez que:

Os problemas escolares tendem a ser apresentados, efetivamente, como enunciados perfeitamente elaborados, cujos textos costumam esconder a problemática que lhes deu origem. Isso acontece a tal ponto que poderíamos falar de um autêntico desaparecimento das questões ou das tarefas reais que originaram as obras matemáticas na escola (p.130).

Por outro lado, atuando em um curso de licenciatura em matemática e em um mestrado profissionalizante em ensino de matemática, nossa prática tem sido pautada, nos últimos anos, pela convicção da importância de trabalhar o conhecimento matemático a partir do uso de diferentes metodologias de ensino em sala de aula, com o propósito de possibilitar ao aluno a vivência e a experiência de estudar num ambiente de aprendizagem, onde a dinâmica prevaleça sobre a inércia.

A análise da trajetória dos alunos oriundos de um curso de licenciatura, quando de sua atuação como estagiários ou como professores nas escolas, nos mostra que a tendência é de o aluno "imitar" o modo de "dar aula" de seus professores. Assim, a preocupação em proporcionar, aos estudantes dos cursos de licenciatura, experiências variadas ao longo de sua formação é de fundamental importância. Oferecer aos alunos um ambiente, em sala de aula, rico em atividades investigativas e desafios, colocando indagações relacionadas com situações reais ou situações inquietantes, a fim de motivá-los a delinear estratégias de soluções são ações que podem contribuir para a mudanca do cenário descrito anteriormente.

Esses desafios colocados aos alunos são, também, desafios assumidos pelos professores, pois essa atitude é uma demonstração da vontade de mudar sua prática pedagógica, enriquecendo-a com diferentes estratégias de ação.

Muitos são os aspectos em que a matemática pode auxiliar no desenvolvimento dessas estratégias. De acordo com Bassanezi (2002, p. 207), é próprio da matemática, buscar generalizações, analogias com outras situações, características de uma ciência dinâmica, que precisa se refletir nas aulas.

Nessa perspectiva, neste artigo, discutimos e refletimos sobre a modelagem matemática desenvolvida com alunos de licenciatura e de um curso de mestrado profissionalizante em ensino de matemática, no intuito de destacar as possíveis contribuições e algumas perspectivas que esta alternativa metodológica pode oferecer em sala de aula para o ensino

da matemática, em seus diferentes níveis.

# A Modelagem Matemática

O conhecimento matemático, em geral, tem sido construído a partir da necessidade de encontrar respostas às problemáticas relacionadas com as inquietudes da sociedade em cada época. Assim o conhecimento matemático nasce integrado a um problema que tem origem na realidade e, na busca de solução, envolve diferentes áreas de conhecimento. Dessa forma, desde suas origens, o conhecimento matemático tem sido produzido com o intuito de responder às indagações humanas e, logo, adquire caráter interdisciplinar e contextualizado.

Do ponto de vista do ensino e da aprendizagem, na escola, a integração da matemática com outras áreas do conhecimento não é, em geral, levada em consideração e, muitas vezes, é trabalhada de forma desvinculada da problemática que lhe deu origem. Trabalha-se a matemática por si mesma, de forma compartimentada e espera-se que, ao final do curso, os alunos sejam capazes de estabelecer relações e aplicá-las em diferentes situações. Esta prática de sala de aula, que separa a matemática do cotidiano dos alunos, cria-lhes, no nosso entendimento, um conflito cognitivo, uma vez que ao aluno, durante sua formação, não lhe é dada oportunidade de integrar os conhecimentos, porém, no desenvolvimento de suas atividades profissionais, essa integração se faz necessária e lhe é exigida.

Do ponto de vista metodológico, esse conflito, nos últimos tempos, tem sido superado, entre outras abordagens, pelo uso da modelagem matemática como metodologia de trabalho na sala de aula, uma vez que ela possibilita a articulação do conteúdo matemático com a prática social que lhe deu origem. Utilizada no Brasil, desde a década de 80, por professores preocupados com o ensino e a aprendizagem de matemática, tem demonstrado bons resultados quando é utilizada em sala de aula. conforme relatos descritos em Barbosa et al (2007), entre outros autores. Entendemos que aprendizagem, no sentido descrito por Senge (apud Warwick, 2007, p.36), significa fazer coisas que não se era capaz de fazer anteriormente, propicia mudança de percepção do mundo e do relacionamento com ele, bem como alarga a capacidade de criar.

D'Ambrósio (1986, p. 11) enfatiza que a modelagem matemática é caracterizada pela "realidade-reflexão sobre a realidade" em que o indivíduo cria um modelo matemático que o auxilia a entender

e aplicar sua experiência e conhecimento, para agir sobre essa realidade. Nesse sentido, exige-se muito mais do que uma simples aplicação dos conteúdos matemáticos

Para Bassanesi (2002, p. 16), a "modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real". A modelagem estabelece os vínculos do conteúdo matemático a ser trabalhado com os interesses e a prática social do aluno e, a partir das relações entre as necessidades e finalidades do estudo desses conteúdos, o aluno descobre o significado do seu aprendizado. Na sala de aula, os professores, ao relacionarem a matemática aos problemas da sociedade, indicam a preocupação em fazer a ligação com o cotidiano dos alunos.

O processo de ensino e aprendizagem centrado na modelagem matemática possui vantagens significativas, pois permite desenvolver competências e habilidades que são preconizadas pelas diretrizes curriculares nacionais para formação de professores (BRASIL, 2001) e pelos parâmetros curriculares nacionais da educação básica (BRASIL, 1999). Essas vantagens são significativas, porque o trabalho com modelagem matemática permite ao aluno adquirir habilidade para resolver problemas, formular hipóteses, buscar e organizar dados, tomar decisões, pesquisar, propor questões para si mesmo e para os colegas, defender seus pontos de vista e trabalhar em grupo de forma colaborativa. A modelagem permite o desenvolvimento do aspecto formativo do aluno, pois, por meio da construção de modelos matemáticos ele pode interpretar fenômenos e fatos da realidade e utilizar esse conhecimento para agir sobre ela no intuito de tentar transformá-la.

Ao trabalhar conteúdos matemáticos associados às vivências dos alunos, os professores estarão preparando-os, também, para desafios futuros, possibilitando assim, o desenvolvimento de sua criticidade, uma vez que o conhecimento precisa estar conectado a uma visão crítica da realidade.

# Discussão dos Resultados: o que os cenários indicam

O primeiro cenário relatado neste artigo envolveu a sala de aula de uma licenciatura em matemática, em que o objetivo investigativo estava direcionado para as contribuições da metodologia da modelagem no ensino de matemática. As informações foram obtidas em um fórum de discussão entre

professores e alunos no sentido de apontar os pontos positivos da utilização dessa metodologia.

O trabalho em sala de aula iniciou com a leitura e discussão, em grupo, de diferentes textos como Almeida e Brito (2003), Barbosa (2001a), e Caldeira (2004), que tratam de aspectos teóricos e práticas pedagógicas, usando essa metodologia.

Nessa primeira fase, a proposta de trabalho apresentada pela professora pesquisadora provocou, de imediato, uma resistência inicial, por parte dos alunos. Eles sentiram-se desestabilizados quanto à sistemática de trabalho em sala de aula. Essa resistência foi demonstrada pelas perguntas feitas. Seriam avaliados por prova? Teriam aulas expositivas? Qual o livro didático que seria adotado? Haveria listas de exercícios semanais?

No fórum de discussão, os alunos apontaram as seguintes dificuldades quanto a essa forma de trabalho: falta de hábito de leitura e discussão de textos; não utilização de um único livro didático a ser seguido; abandono das aulas expositivas e sequenciadas; trabalho em grupo; mudança da forma de avaliação; dificuldade de escrita de textos e apresentação oral.

Dos depoimentos dos alunos, ficou claro que a resistência tinha como origem a falta de vivência com uma experiência envolvendo essa metodologia de trabalho, bem como a insegurança quanto a essa forma de trabalhar. A resistência percebida nos indica que, possivelmente, as aulas de matemática não estão sendo pautadas por metodologias voltadas para a especificidade da disciplina, estando os professores mais centrados no conhecimento específico de cunho formal do que no modo de viabilizar sua compreensão e futura aplicação. O problema parece ser mais de ensinagem, que, conforme Anastasiou (2003, p. 15), é o

Termo adotado para significar uma situação de ensino da qual necessariamente decorra a aprendizagem, sendo a parceria entre professor e alunos a condição fundamental para o enfrentamento do conhecimento, necessário à formação de aluno durante o cursar da graduação.

Após a leitura e discussão dos textos sobre modelagem matemática, os alunos foram orientados para que, em grupos, definissem um tema do seu interesse. Os temas definidos pelos grupos foram: drogas, transporte urbano de Santa Maria, carro bicombustível e a criação de chinchilas. Definidos os

temas, os alunos passaram à elaboração do projeto e, nessa etapa, o papel do professor foi fundamental, pois, por meio de questionamentos sobre cada tema, os alunos conseguiram definir um problema a ser investigado.

Os grupos responsabilizaram-se pela coleta de informações, o que lhes permitiu a compreensão do tema escolhido e a formulação de situações-problema relativas aos temas.

O grupo que trabalhou com o tema "drogas" teve como preocupação analisar a concentração da droga que permanece no organismo humano, em usuários crônicos, com o passar do tempo. O grupo que trabalhou com o transporte urbano questionou o impacto do aumento da tarifa de ônibus na renda dos usuários e quais as melhorias, quanto aos serviços, que poderiam ser oferecidas para a população com o lucro obtido no aumento da tarifa; o grupo que trabalhou com o tema referente ao carro bicombustível questionou quando se deve usar gasolina ou álcool; a equipe que trabalhou com a criação de chinchilas analisou várias situações-problema, envolvendo o crescimento populacional, o tamanho da família inicial, para investimento, e qual deve ser o melhor momento de venda dos animais a fim de obter o máximo de lucro.

As situações-problema surgiram de forma natural, foram decorrentes das atividades desenvolvidas e permitiram a construção de conceitos matemáticos a partir das investigações realizadas. Assim, a ação pedagógica da professora pesquisadora embasou-se em Ferruzzi (2004), o qual descreve as seguintes orientações para o professor que pretende seguir as atividades de modelagem matemática:

[...] o professor deve comportar-se como um orientador, como um coordenador das atividades, tentando solucionar as dúvidas dos alunos, intervir quanto solicitado e recomendar bibliografias que possam auxiliar os alunos, comportando-se assim como um norteador de ideias. É importante que os alunos reflitam sobre o seu trabalho. Assim, o professor não deve responder diretamente às questões, mas sim, usar questões que os incentivem a refletir sobre o seu desenvolvimento. É importante também que os alunos sejam incentivados a justificar seus procedimentos e que explicitem matematicamente suas conclusões, para que reflitam sobre o seu próprio trabalho. Assim, a atitude do professor visa à orientação dos trabalhos, oferecendo apoio, provocando discussões, realizando ligações entre o conhecimento do aluno e os conteúdos a serem apresentados. (2004, p. 11).

Após a superação da fase de elaboração de situações-problema, de solucioná-las e analisar os modelos construídos e seus resultados, os grupos iniciaram a escrita do trabalho, sendo esta, a atividade final proposta. Foi a fase de maior preocupação do grupo, pois redigir um artigo exige estudo e dedicação. Sentiram-se apreensivos porque escrever um trabalho científico não faz parte da rotina dos cursos de graduação. Entretanto, essa é uma atividade a ser explorada, pois, conforme Masetto (2001), redigir um artigo auxilia a aprender, a comunicar-se por escrito sobre os conhecimentos adquiridos, de forma sintética, lógica, coerente e com argumentação, para fundamentar as posições expostas. Entendemos que desse modo estaremos contribuindo para a formação de profissionais que possam expressar-se com coerência e espírito crítico.

Ao contrário da resistência inicial dos alunos, percebemos uma mudanca em termos de aceitação da proposta. Em seus depoimentos pudemos constatar: o envolvimento com o trabalho tanto durante as aulas, quanto fora da sala de aula; o interesse na investigação do tema escolhido; a autonomia na realização de atividades; a interação entre os colegas e entre a professora e os alunos; a consciência da complexidade da modelagem, envolvendo tanto o trabalho dos alunos, quanto da professora e, sobretudo, o compromisso pessoal com sua própria aprendizagem. O importante foi que todos os alunos opinaram positivamente sobre a metodologia utilizada, argumentando que se sentiram livres quanto aos conteúdos matemáticos trabalhados. Destacamos o relato de um grupo de licenciandos:

Os conteúdos matemáticos devem ser trabalhados de forma a evidenciar sua aplicabilidade em nossa vida. Ensinar matemática utilizando a modelagem é um aprendizado não só para o aluno, mas também para o professor, ambos precisam atuar como pesquisadores.

Nesse sentido, as vozes dos sujeitos da pesquisa convergem para as palavras de Burak (1987, p. 32).

No estudo da matemática, através da modelagem, as atividades se constituem na ação de refletir, de fazer, de construir, de concluir e de generalizar. Esta é a liberdade que essa prática educativa parece permitir a cada participante do processo, ao favorecer o uso de suas próprias estratégias, na sua maneira natural de pensar, sentir e agir.

Constatamos, ainda, a partir do testemunho dos alunos, que, para eles, a modelagem é uma alternativa pedagógica capaz de propiciar o gosto pela matemática. Assim, se fosse utilizada, em outras disciplinas do curso, mesmo que em algumas aulas, traria maior segurança e consistência a seu futuro fazer docente.

Portanto, os resultados até aqui encontrados estão de acordo com as afirmações de Barbosa (2001) de que as vantagens quanto à utilização da modelagem matemática, em sala de aula, envolvem a compreensão dos conteúdos matemáticos, o desenvolvimento de habilidades de pesquisa, a significação das atividades escolares, o envolvimento dos alunos, o relacionamento e a compreensão do papel sociocultural da matemática.

O segundo cenário englobou pesquisas desenvolvidas no ensino fundamental e médio, sendo que os achados decorreram das dissertações de mestrado elaboradas por alunos de um curso de mestrado profissionalizante em ensino de matemática.

No ensino fundamental, a pesquisa foi realizada numa escola municipal, com alunos da oitava série. O tema escolhido pela professora foi a poluição ambiental. Como a professora era iniciante no trabalho com modelagem, ela optou por trabalhar um único tema pré-determinado. Essa escolha permitiu-lhe sentir-se mais segura durante a realização do trabalho. Entendemos que vencer a insegurança inicial é o ponto central para que os professores comecem a mudar as práticas de sala de aula.

Com os objetivos de analisar como o aluno vê a disciplina de matemática em relação às aplicações práticas no seu dia-a-dia; verificar o tipo de sentimento que ela desperta no aluno; averiguar as dificuldades em relação à maneira como o professor ensina matemática e o que mais dificulta a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, é que foi aplicado, no inicio da investigação, um questionário contendo questões abertas.

Em relação ao sentimento que a matemática desperta nos alunos a professora pesquisadora assim se referiu:

Muitas foram as respostas negativas em relação ao tipo de sentimento que a matemática desperta. Alguns alunos colocaram que a matemática provoca um sentimento ruim, de pânico, de desânimo e de angústia, pois não conseguem realizar os exercícios ou não entendem a matéria. Outro sentimento, muito falado pelos alunos, é o medo de errar, chegando ao desespero de não conseguir resolver.

Após a conclusão do trabalho, a professora pesquisadora aplicou um segundo questionário com questões também abertas. Em seu relato ela enfatizou que

[...] a finalidade foi analisar se houve mudança no sentimento e no modo de aprender matemática, bem como se o aluno achou interessante trabalhar os conteúdos de matemática conjuntamente com o tema proposto e se a modelagem matemática facilitou a compreensão dos conceitos trabalhados.

Em suas respostas os alunos apontaram:

As aulas ficaram diferentes.

Eu gostei, porque a gente desenvolveu o trabalho de matemática de um jeito muito bom, [...] o tema foi muito bem elaborado, porque nos mostra tudo o que está acontecendo em nosso planeta e ao mesmo tempo, parte dos gráficos. Tive mais facilidade em aprender, pois as aulas ficaram interessantes e os colegas ficaram entusiasmados.

Foi mais fácil, mais agradável e melhorou a compreensão do conteúdo.

No fórum de discussão, a professora pesquisadora descreveu que os alunos envolveram-se com o trabalho com entusiasmo e que a colaboração entre eles e a professora foi permanente. Os pais colaboraram com os filhos na busca de informações sobre o tema. Dos colegas professores, ela recebeu apoio desde o início e isso facilitou muito a tarefa, uma vez que a modelagem exige um trabalho interdisciplinar. Os alunos conseguiram construir modelos, resolvê-los e, esses problemas, foram o ponto de partida para a introdução de novos conteúdos. O programa estabelecido pela escola, e que deve ser cumprido, também foi comentado pela professora quando afirmou que: "estudamos os conteúdos previstos no programa oficial da escola e outros não previstos, o que enriqueceu muito o trabalho".

No ensino médio, as pesquisas foram desen-

volvidas com alunos da primeira série de uma escola localizada na região urbana, abordando questões sobre o consumo de álcool e de cigarro e, a outra, com alunos de uma escola localizada na região agrícola, abordando questões sobre obesidade e desnutrição.

Na pesquisa que abordou o tema sobre o consumo de álcool e de cigarro, a professora pesquisadora, para motivar os alunos sobre o tema, reuniuos no anfiteatro da escola e, com diferentes mídias, mostrou fotos, vídeos e dados estatísticos sobre os males do uso dessas drogas. A aceitação do tema para estudar foi imediata e os alunos envolveramse intensamente na busca de dados e informações. Nas discussões estabelecidas em sala de aula, eles se posicionaram, com muita clareza, sobre os efeitos maléficos do uso dessas drogas como também de outras. Analisaram o comportamento de seus familiares, as propagandas de bebidas alcoólicas e de cigarros, presentes na grande mídia. Dos materiais coletados, a professora os orientou para que confeccionassem cartazes que foram expostos no hall de entrada do colégio, o que permitiu que os colegas de outras turmas, professores e também seus familiares, compartilhassem o tema que estavam estudando.

Segundo o relato da professora pesquisadora, após a proposição de cada situação-problema, criou-se um clima de trabalho com muita atividade e discussões entre os alunos e ela, com troca de ideias entre os diferentes grupos. A partir de dados coletados sobre o número de estudantes do ensino médio e fundamental usuários dessas drogas, os alunos conseguiram construir passo a passo alguns modelos matemáticos, envolvendo a função exponencial que era o conteúdo estabelecido pela escola. Além disso, propuseram novos problemas e compararam as soluções com os dados obtidos, validando, desta forma, os modelos encontrados.

O entusiasmo com que os alunos trabalharam está de acordo com a concepção descrita por Barbosa (2001) quando afirma que, por meio da modelagem, é possível criar um ambiente favorável à aprendizagem.

Constatou-se que o uso da modelagem matemática, como alternativa metodológica, contribuiu para o enfrentamento da questão relativa ao uso de drogas e suas consequências para a saúde.

Quando questionados sobre a importância do modo de trabalho realizado, os alunos assim se manifestaram:

> Professora, o modelo foi criado por nós e isto é a "diferença", nós sabemos o significado de

cada letra e de cada número que aparece...Estudar matemática desse modo é até gostoso, foi muito mais fácil de aprender desse jeito.

Apesar das manifestações entusiasmadas dos alunos em relação ao trabalho, ficou claro, no relato da professora pesquisadora, sua preocupação ao trabalhar pela primeira vez com essa metodologia em sala de aula:

Quando se trabalha pela primeira vez com modelagem matemática, muitas inseguranças são geradas mas, com o desenrolar das atividades foi possível dar um espaço maior para que os alunos pudessem interagir de uma maneira mais efetiva, participando da elaboracão das atividades

Na escola rural, a professora pesquisadora também teve a preocupação em aplicar dois questionários com questões abertas, para verificar em que medida os alunos mudaram o comportamento frente ao estudo da matemática com o uso dessa metodologia. Em seu relato ela afirmou:

O primeiro questionário foi aplicado para diagnosticar as percepções dos alunos sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, tomando como referência suas vivências escolares. Buscou-se registrar as percepções dos alunos sobre os conteúdos, as aulas de matemática, as facilidades e as dificuldades vivenciadas. Através do segundo questionário objetivou-se buscar a opinião de cada um sobre o trabalho desenvolvido com modelagem matemática, para diagnosticar possíveis mudanças em suas concepções registradas ao responder o primeiro questionário.

Para motivar os alunos sobre o tema, a professora optou por apresentar dois filmes, um que alertava sobre a problemática do excesso de peso e suas implicações para a saúde de crianças e adolescentes e o outro que abordava a falta de alimentos, que atinge grande parte da população mundial.

A partir dessa atividade, iniciaram-se as discussões sobre diferentes assuntos relacionados à obesidade e à desnutrição. A coleta e análise de dados e de informações foram realizadas por meio de pesquisas em revistas, jornais, *sites*, livros, conversas informais com profissionais da área de nutrição e de medicina, bem como por meio de pesquisas realizadas no Insti-

tuto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

Em seu relato a professora pesquisadora assim se referiu a esta etapa:

A análise de informações relativas ao tema constituiu-se em uma fase significativa e contribuiu para a compreensão e aprofundamento do mesmo. Foram selecionados inúmeros dados sobre: calorias, sistemática do metabolismo no corpo humano, necessidades energéticas, índice de massa corporal (IMC), nutrientes necessários para uma boa saúde, entre outros, todos relacionados à obesidade e à desnutrição. Definida por Burak (2004) como pesquisa exploratória, esta etapa permitiu a percepção das características e contradições que estão relacionadas aos fatos envolvidos ao tema e proporcionaram inúmeras discussões entre os alunos, que se apresentavam curiosos e envolvidos com o assunto.

Os alunos conseguiram problematizar as informações obtidas, sendo necessárias a organização e a seleção daquelas que se relacionavam mais diretamente aos interesses evidenciados para a elaboração das situações-problema. Segundo o depoimento da professora pesquisadora "nesta etapa, o papel do professor como mediador da aprendizagem, é fundamental para selecionar os conteúdos necessários para a compreensão do tema e para o acompanhamento do planejamento de atividades que atendam à programação da escola."

Ainda em seus relatos ela salientou algumas dificuldades encontradas durante a realização de sua pesquisa:

O controle estabelecido pela direção e coordenação pedagógica e também dos pais em relação ao cumprimento do programa determinado pela escola pois suas preocupações estavam centradas no vestibular; relacionamento com alguns colegas da escola pois entenderam que a agitação dos alunos era uma indisciplina. Isso gerou tensões que, aliadas a insegurança inicial do trabalho com modelagem, significou obstáculos que exigiram da professora pesquisadora uma atitude perseverante para que a pesquisa tivesse continuidade.

Apesar da preocupação dos pais e da direção da escola para com o cumprimento do programa, a

turma participante da pesquisa envolveu-se de forma entusiasmada e esse entusiasmo contagiou as demais turmas. Os alunos construíram modelos matemáticos que foram expressos em tabelas, gráficos e equações que permitiram o estudo de funções exponenciais, logarítmicas e polinomiais, tópicos do programa escolar.

No fórum de discussão, a professora pesquisadora assim se referiu: "esta etapa exigiu a mediação constante da professora fazendo perguntas, orientando o trabalho e apontando caminhos para a resolução, validação dos modelos e análise crítica das soluções encontradas".

No final da pesquisa em sala de aula, foi aplicado um segundo questionário que tinha como objetivo analisar as percepções dos alunos sobre o trabalho realizado.

Para eles, a compreensão do conteúdo está relacionada ao gosto, ao interesse pela disciplina e pela aplicabilidade dos conteúdos no dia a dia. Em suas respostas ficou evidenciada a idéia de que a matemática é de grande utilidade para a vida e para o trabalho:

[...] usamos a matemática todos os dias em todas as tarefas [...]. Hoje, [...] o mundo é dos espertos e para sermos espertos temos de aprender matemática. Percebeu-se, também, que alguns alunos não gostam da matemática: "gostando ou não de matemática, nós sempre precisaremos dela para fazer compras, quando precisamos fazer contas [...].

Um dos alunos destacou sua ideia de que a matemática deve apresentar-se com sua aplicabilidade em situações reais, exemplificando sobre a facilidade com que seu pai realiza cálculos:

Meu pai é agricultor e muitas vezes me impressiono pois ele só estudou até a quarta série e usa a matemática em todas as suas tarefas, e por sinal usa muito bem. Isso me fez chegar à conclusão que ele aprendeu matemática não só na escola, mas com o mundo. Os cálculos estão em todos os lugares, nas lojas, nos mercados, em casa, no campo, etc.

Outra expressão que deixou clara essa ideia dos alunos foi: "eu acho que deveriam ser abordados temas diferentes como o preconceito, drogas, crianças de rua, problemas que estão bem perto de nós [...]". Uma aluna escreveu: "as aulas deveriam

ser mais abertas, não conteúdo mais conteúdo. Deveriam ser aulas com vídeo, pesquisas em grupos, rodas de debates [...]".

Para os alunos, antes das atividades de modelagem matemática, a aplicabilidade da matemática era percebida principalmente para o comércio ou como preparação para o vestibular e, no final do trabalho, eles relataram que a matemática poderia ser útil em diferentes situações cotidianas, percebendo-a como recurso para a previsão de situações futuras e para a compreensão de temas não-matemáticos.

Nas respostas obtidas, percebeu-se que as atividades de modelagem mostraram-se interessantes para os alunos, em expressões tais como:

A gente sempre tem coisas boas para aprender, esses conteúdos são ótimos exemplos. O estudo da função exponencial desse modo foi um deles. Adorei!

Todos os projetos, reportagens despertaram nossa curiosidade e nosso interesse nos assuntos referentes à população e ao mundo.

Uma aluna avaliou a modelagem matemática da seguinte forma:

[...] como sendo uma maneira mais simples de aprender. A forma como foram desenvolvidas as aulas tornou a matemática mais fácil [...]. Não foram aulas cansativas, foram aulas bem interessantes e muito bem aproveitadas. Importante, principalmente, porque consegui aprender novos conteúdos e entender os conteúdos anteriores. Tivemos o grande prazer de desenvolver uma matemática útil, prática e interessante.

Referindo-se à eficácia dessa metodologia, em seu trabalho a professora pesquisadora relatou que

[...] o trabalho com modelagem na sala de aula contribuiu para a melhoria da aprendizagem dos conteúdos previstos e proporcionou a retomada de conteúdos já estudados, bem como a abordagem de conceitos não programados. O tema abordado possibilitou a discussão de diversos assuntos relacionados ao tema de interesse dos alunos.

Tendo em vista as atividades desenvolvidas

a partir da modelagem matemática e o modo como aos alunos e professores se manifestaram, é possível constatarmos que essa metodologia leva em conta o que Isaia (2006) denomina de dimensão pedagógica do processo de ensinar e aprender, na medida em que integra tanto o saber quanto o saber-fazer. próprios ao conhecimento matemático, envolvendo o modo de os professores ajudarem seus alunos na elaboração de suas próprias estratégias de apropriação desses saberes. Dessa forma, compreende a organização de estratégias pedagógicas que levem em conta a transposição dos conteúdos específicos de um domínio para sua efetiva compreensão e consequente aplicação por parte dos alunos, a fim de que estes possam transformá-los em instrumentos internos capazes de mediar à construção de seu processo formativo.

# Considerações Finais

Na educação básica, com as experiências realizadas, é possível inferir que para a utilização da modelagem matemática em sala de aula é necessário ampliar as discussões sobre alguns pontos que são essenciais para o sucesso do trabalho escolar:

- a) insegurança dos professores diante da aplicação da metodologia da modelagem matemática;
- b) preocupação com o cumprimento de um programa escolar pré-determinado e encadeado:
- c) forma de introduzir conceitos matemáticos novos, a partir das atividades com modelagem;
- d) número elevado de aulas ministradas pelos professores da educação básica;
- e) número elevado de alunos nas turmas:
- f) dificuldade maior a ser superada no caso dos alunos do ensino médio, que é a preparação para o vestibular, pois alunos e suas famílias têm como foco o sucesso na seleção de um curso universitário e, nessa direção, todo o trabalho escolar é voltado para a preparação desse tipo de exame;
- g) oportunidade de desenvolver experiências com modelagem matemática na formação inicial dos professores.

Na direção oposta aos problemas descritos acima, as experiências realizadas na educação básica permitiram observar que o sentimento dos alunos antes do trabalho com modelagem era de desinteresse, de desânimo e de angústia, pois não conseguiam

entender e resolver exercícios, sendo fraco o resultado de seu desempenho nas avaliações. Após o trabalho com modelagem, as professoras responsáveis pelas turmas relataram que perceberam mudanças no comportamento e no sentimento dos alunos frente à disciplina, bem como uma melhora significativa nos resultados das avaliações realizadas.

O uso da modelagem como metodologia de ensino propiciou o envolvimento dos alunos nas atividades, questionando, sugerindo e argumentando. Esse tipo de conhecimento que os alunos obtêm, mediante a experiência de fazer, é mais duradouro e tem mais significado para eles do que aquele transmitido pelo professor. Observou-se que eles passaram de uma atitude passiva, em que ouviam, copiavam e depois estudavam, para uma atitude pró-ativa, envolvendo-se em todas as atividades propostas.

Como as professoras eram iniciantes no trabalho com modelagem, elas optaram por trabalhar um único tema pré-determinado com as turmas. Assim, todos os grupos trabalharam, concomitantemente, o mesmo tema e isso foi salientado no fórum de debates como um fator fundamental para o sucesso alcançado nas experiências realizadas. Esses resultados estimularam as professoras a continuarem utilizando a modelagem matemática em suas escolas.

Na educação superior, principalmente, nos cursos de formação de professores em matemática, é preciso ampliar o debate sobre a utilização de novas metodologias de ensino e aprendizagem, não apenas em disciplinas da área pedagógica, mas também nas disciplinas que formam o núcleo específico do curso, abrindo espaço para que práticas pedagógicas inovadoras perpassem todas as disciplinas do curso.

Há questões relacionadas com a modelagem matemática, como a prática de sala de aula, que merecem atenção especial: como integrar a modelagem nas disciplinas da área específica do curso e superar a compartimentalização dos conhecimentos relativos a diferentes departamentos; como introduzir novos conhecimentos a partir das atividades de modelagem; como superar a rigidez dos programas das disciplinas e o seu cumprimento sem negligenciar a qualidade do ensino.

Essas questões perpassam a criação de uma nova cultura acadêmica em que os docentes, como grupo, e as diversas instâncias administrativas da instituição trabalhem em conjunto na busca de espaços de compartilhamento, voltados para os saberes e fazeres específicos à área da matemática e, para o desafio de buscar e aceitar novas estratégias de aprender e de ensinar que repercutam no processo formativo de ambos e na concretização da missão formativa da instituição.

## Referências

ALMEIDA, Lourdes M. Werle; BRITO, Dirceu S. Modelagem Matemática na sala de aula: algumas implicações para o ensino e aprendizagem da Matemática. In: CONFERÊNCIA IBEROAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2003, Blumenau, *Anais...* Blumenau: FURB, 2003. 1 CD-ROM.

ANASTASIOU, Léa. Ensinar, aprender, apreender e processos de ensinagem In: ANASTASIOU, Lea; ALVES, Leonir. (Orgs.). *Processos de ensinagem na universidade*. Pressupostos para as estratégias de trabalho em aula. Joinville, SC: UNIVILLE, 2003, p. 11-38.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. *Modelagem mate-mática:* concepções e experiências de futuros professores. 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista 'Julio Mesquita Filho', Rio Claro, 2001.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática e os professores: a questão de formação. *Bolema*. Rio Claro, v. 14, n.15, 2001a, p.5-23.

BARBOSA, Jonei Cerqueira; CALDEIRA, Ademir Donizeti.; ARAUJO, Jussara Loiola. (Org.) *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira*: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, Biblioteca do Educador Matemático, Coleção SBEM, v.3. 2007.

BASSANEZI, Rodney Carlos. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura*. Brasília, 2001. Disponível em http: www.mec.gov.br/sesu/ pareceres/130201mat. doc Acesso em 10 out. 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares nacionais*: ensino médio. Brasília, 1999.

BURAK, Dionisio. *Modelagem Matemática:* uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista

'Julio Mesquita Filho', Rio Claro, 1987.

\_\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática e a sala de aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2004, Londrina. *Anais*. Londrina: UEL, 2004. 1 CD-ROM. CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem Matemática e a prática dos professores do ensino fundamental e médio. In: I ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2004, Londina. *Anais*... Londrina: UEL, 2004. 1 CD-ROM.

CHEVALLARD, Yves. et al *Estudar matemática:* o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2001.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Da realidade à ação:* Reflexões sobre Educação e Matemática. Campinas, São Paulo: Summus, 1986.

FERRUZZI, Elaine; Modelagem Matemática no ensino tecnológico. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2004, Londrina. *Anais...* Londrina: UEL, 2004. 1 CD-ROM.

GATTI, Bernadette. *A formação dos docentes*: o confronto necessário professor x academia. Cadernos de Pesquisa, São Paulo, n. 81,1992, p. 70-74. ISAIA, Silvia. Professores de Licenciatura: concepções de docência. In: MOROSINI, Marília. *Enciclopédia de Pedagogia Universitária*. Porto Alegre: FAPERGS/RIES, 2003. p. 263-277.

. Processo formativo docente. Verbete. In: CUNHA, Maria Isabel e ISAIA, Silvia. (Orgs.).

Professor da Educação Superior. In: MOROSINI, Marília . (ed.) *Enciclopédia de Pedagogia Universitária – Glossário*. Brasília, v.2, 2006. p. 361.

ISAIA, Silvia.; BOLZAN, Doris. Tessitura dos processos formativos de professores que atuam nas licenciaturas. In: RAYS, Oswaldo. (Org.). *Educação, Matemática e Física*: subsídios para a prática pedagógica. Santa Maria, Unifra Editora, 2006. p. 69-86.

MASETTO, Marcos Tarciso. Atividades pedagógicas no cotidiano da sala de aula universitária: Reflexões e sugestões práticas. In: CASTANHO, Sergio; CASTANHO, Maria Eugênia. (Orgs). *Temas e textos em metodologia do ensino superior*. Campinas: Papirus, 2001. p. 83-102.

MAZZOTTI, Tarso Bonilha. *Formação de professores:* racionalidades em disputa. Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, v. 74,1993, p. 279-308. SANTOS, Lucíola. Ensino como produção cultural: novas perspectivas para o currículo e a formação de professores. In: LEITE, Denise.; MOROSINI, Marilia. (Orgs.). *Universidade Futurante*. Campinas: Papirus, 1997, p. 125-133.

WARWICK, Jon. Some Reflections on the Teaching of Mathematical Modeling. The *Mathematics Educator*, v. 17, n.1, 2007, p. 32-41.

Recebido em maio de 2009 Aprovado em junho de 2009

#### Sobre os autores:

**Eleni Bisognin é** Graduada em Matemática (Licenciatura pela UFSM), Mestre e Doutora em Matemática pela UFRJ. Professora titular aposentada da UFSM e atualmente professora e coordenadora do Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática da UNIFRA.

Vanilde Bisognin é Graduada em Matemática (Licenciatura pela UFSM), Mestre e Doutora em Matemática pela UFRJ. Professora titular aposentada da UFSM e atualmente professora do Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática da UNIFRA e Pró-Reitora de Graduação da UNIFRA.

**Silvia Maria de Aguiar Isaia** é Graduada em Filosofia (Licenciatura pela UFSM), Mestre em Filosofia pela UFSM e Doutora em Educação pela UFRGS. Professora titular aposentada da UFSM, professora do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFSM e professora do Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática da UNIFRA.